

Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
13. Übungsblatt für den 30. Juni 2016

- (1) Sei E ein Körper mit p^n Elementen. Zeigen Sie, dass E genau dann einen Unterkörper mit p^m Elementen besitzt, wenn $m \mid n$.
- (2) Seien $m, n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass ein Körper mit p^n Elementen höchstens einen Unterkörper mit p^m Elementen haben kann.
- (3) Konstruieren Sie eine Körpererweiterung von \mathbb{Z}_2 , in der $p = x^4 + x^2 + x$ in Linearfaktoren zerfällt, und zerlegen Sie p in dieser Erweiterung in ein Produkt von linearen Faktoren.
- (4) Sei K ein Körper. Zeigen Sie, dass ein über K irreduzibles Polynom vom Grad ≥ 2 keine Nullstelle in K haben kann. Gibt es Polynome ohne Nullstellen, die nicht irreduzibel sind?
- (5) Sei K ein Körper, und sei E eine Körpererweiterung von K . Seien $f, g \in K[x] \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, dass f und g in $K[x]$ und $E[x]$ den gleichen ggT haben.