

Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis und Integrationstheorie 8. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 03.12.2015

AUFGABE 45 c_0 vs. ℓ_p

Finden Sie eine Nullfolge, die in keinem ℓ_p mit $p < \infty$ liegt.

AUFGABE 46 **Konvergenz p -Normen**

Sei $x \in \ell_1$. Zeigen Sie $\lim_{p \rightarrow \infty} \|x\|_p = \|x\|_\infty$.

AUFGABE 47 **Weitere Normen auf $C^1[0, 1]$**

Für $x \in C^1[0, 1]$ definieren wir

$$\begin{aligned}\|x\|_1 &= |x(0)| + \|x'\|_\infty \\ \|x\|_2 &= \max \left\{ \left| \int_0^1 x(t) dt \right|, \|x'\|_\infty \right\} \\ \|x\|_3 &= \left(\int_0^1 |x(t)|^2 dt + \int_0^1 |x'(t)|^2 dt \right)^{1/2}.\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass dies Normen auf $C^1[0, 1]$ sind.

AUFGABE 48 **Normen auf $C^1[0, 1]$ - Äquivalenz**

Welche der Normen aus der vorhergehenden Aufgabe sind äquivalent zu der in der Vorlesung betrachteten Norm $\|x\|_{C^1} = \|x\|_\infty + \|x'\|_\infty$?

HINWEIS: Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.

AUFGABE 49 **Kein Bolzano-Weierstraß für beschränkte Folgen**

Geben Sie beschränkte Folgen in den Banachräumen ℓ_p , $L_p[0, 1]$ für $1 \leq p < \infty$ und $C[0, 1]$ an, die keine konvergente Teilfolge enthalten.