

Übungen zur Vorlesung Analysis 2 für Lehramt – 12. Serie

ANKREUZEN VOR DER ÜBUNG AM 14.06.2017

AUFGABE 48 Integrabilitätsbedingung

Prüfen Sie die Integrabilitätsbedingung für das Vektorfeld $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $F(x, y) = (x + y, x - y)$. Falls diese erfüllt ist, berechnen Sie ein Potential zu F . Berechnen Sie mittels des Potentials das Kurvenintegral 2. Art $\int_C (x + y) dx + (x - y) dy$ für eine beliebige Kurve C mit Anfangspunkt $(-1, 1)$ und Endpunkt $(1, 1)$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem von Aufgabe 47.

AUFGABE 49 Stammfunktionen und Potentiale

Bestimmen Sie, falls möglich, ein Potential zu den folgenden Vektorfeldern $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

(a) $F(x, y, z) = (x + z, -y - z, x - y)$

(b) $F(x, y, z) = (x^2, ze^x, xy \sin z)$

AUFGABE 50 Kurvenintegral 2. Art - I

Berechnen Sie das Kurvenintegral 2. Art $\int_C xy^2 dy$ längs der Ellipse $4x^2 + y^2 = 4$ bei einem vollen Umlauf im mathematisch positiven Sinn. Finden Sie dazu zunächst eine geeignete Parametrisierung der Ellipse.

AUFGABE 51 Kurvenintegral 2. Art - II

Berechnen Sie das Kurvenintegral 2. Art $\int_{\Delta} (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$ längs des Dreiecks Δ mit den Eckpunkten $(0, 0), (1, 0), (0, 1)$ bei einem vollen Umlauf im mathematisch positiven Sinn.