Beispiele für „Quasi-Monte-Carlo-Methoden“

Wie solche Simulationen ablaufen, lässt sich an einem Illustrationsbeispiel veranschaulichen:

Beispiel 1

Es soll die durchschnittliche Tiefe eines Sees (wir nehmen der Einfachheit halber an, dass er eine quadratische Oberfläche hat) geschätzt werden. (Aus der durchschnittlichen Tiefe lässt sich dann exakt das Wasservolumen des Sees bestimmen.)

Dazu könnte man an verschiedenen Punkten der Oberfläche Tiefenmessungen durchführen und dann die durchschnittliche Tiefe an diesen Messpunkten berechnen. Dies wird dann eine Näherung für die tatsächliche durchschnittliche Tiefe sein.

Wie soll man nun die Messpunkte geeignet wählen? Zufällig, wie in Bild 1 (das würde einer Monte Carlo Methode entsprechen), oder sehr regelmäßig wie in Bild 2 (das würde überraschenderweise relativ schlechte Resultate liefern)?

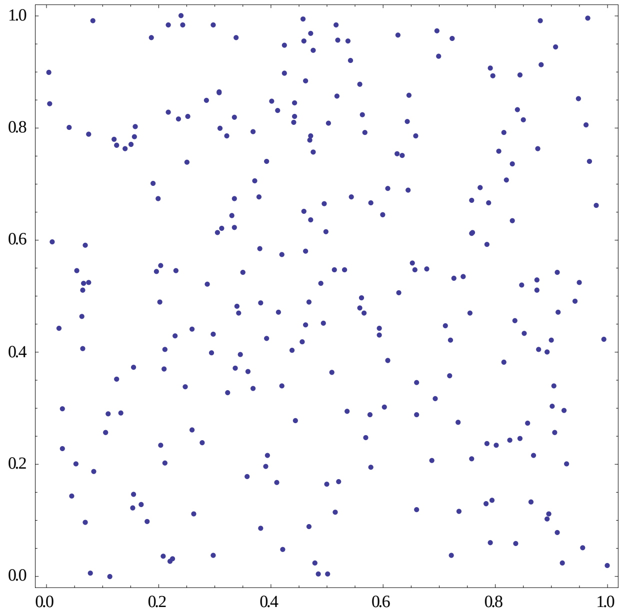

Bild 1, Zufallspunkte

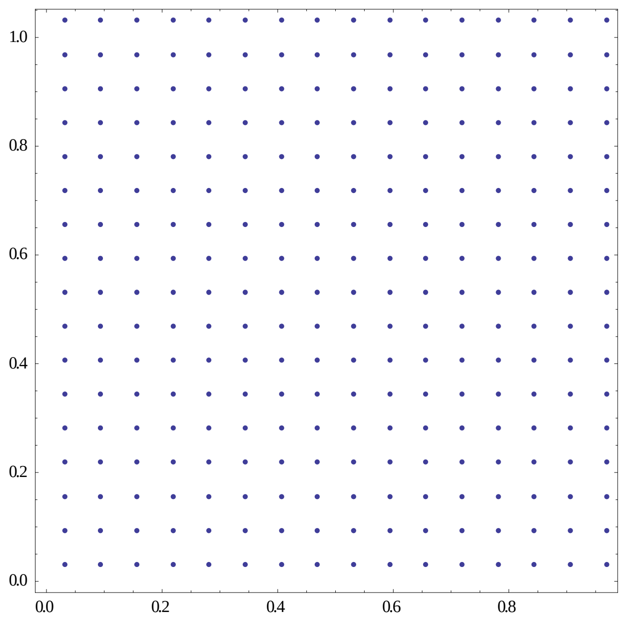

Bild 2, ein gleichmäßiges Gitter

Die Antwort lautet: Am besten wählt man (subtil konstruierte) quasi-zufällige Punkte die Zufälligkeit mit Regelmäßigkeit geeignet paaren. Ein Beispiel einer solchen Punktmenge die bei QMC-Methoden zum Einsatz kommen ist in Bild 3 zu sehen.

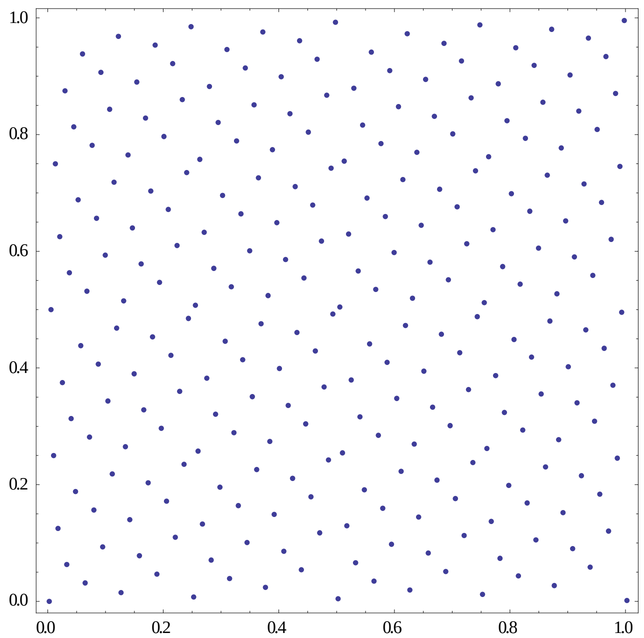

Bild 3, QMC Punktmenge

Bei diesem einfachen Illustrations-Beispiel werden nur zwei-dimensionale Punkte verwendet. Bei vielen anderen Anwendungsbeispielen werden oft sehr hochdimensionale Punkte benötigt.

Beispiel 2

Eine große Bank hat ein Bündel aus verschiedensten Finanzprodukten (verschiedenste Währungen, verschiedenste Anleihen, Aktien, Optionen, Futures, Swaps, komplexe Finanzderivate), deren zukünftige Wertentwicklung von verschiedensten Parametern in verschiedenster Weise abhängt (z.B. steigen manche der Produkte im Wert, wenn der Kurs des Schweizer Franken steigt, andere Produkte fallen im Wert wenn der Kurs des Schweizer Franken fällt und gleichzeitig die Zinsen in der USA steigen, manche der Produkte haben z.B. einen hohen Wert, wenn der Ölpreis stark schwankt etc.). Die Bank hat natürlich Interesse daran, wo der Wert dieses Finanz-Portfolios in z.B. einem Jahr mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen wird.

Es werden nun sehr viele (z.B. 10 Millionen) verschiedenste mögliche Werte für die bestimmenden Faktoren (z.B.: Kurs des Schweizer Franken, Zinsen in den USA, Schwankungsstärke des Ölpreises) „quasi-zufällig“ ausgewählt. Wenn es z.B. 1.000 verschiedene bestimmende Faktoren gibt, dann hat man es mit einem 1.000-dimensionalen-Vektor („Punkt“) zu tun, also mit einem 1.000-dimensionalen Simulationsproblem. In dem Fall benötigt man also 10 Millionen geeignet gewählte 1.000-dimensionale quasi-zufällige Punkte.

Für jedes der 10 Millionen verschiedenen möglichen Szenarien wird der Wert des Finanz-Portfolios berechnet. Wenn diese Szenarien „gut im 1.000-dimensionalen Raum verteilt“ sind, dann erhält man eine repräsentative Aussage über die wahrscheinliche Entwicklung des Finanz-Portfolios.