Probleme mit dem risikolosen Zins bei der Unternehmensbewertung

Lutz Kruschwitz

Freie Universität Berlin

18. November 2019

Einführung

Worum geht es bei der Unternehmensbewertung?

Fragestellung

Welchen Preis sollte ein rationaler Investor höchstens für Ansprüche auf Cashflows zahlen, die ein Unternehmen zukünftig abzuwerfen verspricht?

- Die zukünftigen Cashflows erstrecken sich auf einen langen Zeitraum.
- Die zukünftigen Cashflows sind unsicher.

Einführung

Worum geht es bei der Unternehmensbewertung?

Antwort

$$V_0 = \lim_{n\to\infty} \sum_{t=1}^{n} \frac{E\left[\widetilde{CF}_t\right]}{(1+k_t)^t} = \lim_{n\to\infty} \sum_{t=1}^{n} \frac{S\ddot{A}\left[\widetilde{CF}_t\right]}{(1+r_{f,t})^t}$$

V_0	Unternehmenswert
$E[\cdot]$	Erwartungswert
$S\ddot{A}[\cdot]$	Sicherheitsäquivalent
$\widetilde{CF}_t$	unsichere Cashflows im Zeitpunkt t
k_t	Kapitalkosten für t Jahre
$r_{f,t}$	risikoloser Zins (Basiszins) für t Jahre

Einführung

Zusammenhang zwischen Kapitalkosten und Basiszins

Grundsätzlich gilt

$$\text{Kapitalkosten} = \text{Basiszins} \; + \; \text{Risikozuschlag}$$

oder

$$k_t = r_{f,t} + z \tag{1}$$

Den Risikozuschlag z ermittelt man üblicherweise mit dem CAPM.

Das IDW und der Basiszins 4

Unterschiedliche Empfehlungen

Das IDW hat im Laufe der Zeit zum Basiszins unterschiedliche Empfehlungen abgegeben.

- Bis zum 28.06.2005 wurden historische Zinssätze propagiert.
  - Vor dem 31.12.1998: 6,5 %
  - Danach schrittweise Absenkung in Höhe von halben Prozentpunkten
- Am 28.06.2005 Paradigmenwechsel, und zwar wahlweise
  - Orientierung an der tagesaktuellen Zinsstruktur oder
  - Verwendung historischer Zinssätze.

Das IDW und der Basiszins 5

Detailaspekte von tagesaktuellen Zinssätzen

Die Orientierung an tagesaktuellen Zinssätzen hat sich prinzipiell durchgesetzt, aber das IDW empfiehlt

- barwertäquivalente Einheitszinssätze,
- Glättungen und
- Rundungen.
- Da sich risikolose Spot Rates für Laufzeiten von mehr als 30 Jahren empirisch nicht bestimmen lassen (Problem der Anschlussverzinsung), rät das IDW dazu, den längsten beobachtbaren Zinssatz ($r_{f,30}$) als nachhaltigen Schätzwert für längere Laufzeiten anzusetzen.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz 6

Das Konzept

Wenn ein Unternehmen

- (sichere oder sicherheitsäquivalente) Cashflows in Höhe von $CF_1, CF_2, \ldots, CF_n$ verspricht und
- die laufzeitabhängigen Basiszinssätze $r_{f,1}, r_{f,2}, \ldots, r_{f,n}$ gegeben sind,

lässt sich deren Barwert mit

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1 + r_{f,t})^t}$$

berechnen.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Das Konzept

Unter dem barwertäquivalenten Einheitszinssatz $r_{\varnothing}$ versteht man jenen Zinssatz, für den die Gleichung

$$\sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r_{f,t})^t} = V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r_{\varnothing})^t} \qquad (2)$$

erfüllt ist. Seine rechnerische Bestimmung ist – mit heute verfügbarer Informationstechnik – grundsätzlich kein Kunststück.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Das Konzept

Erster Kritikpunkt

Der barwertäquivalente Einheitszinssatz dient vorgeblich der Komplexitätsreduktion.

- Da man denselben Unternehmenswert ermitteln will wie mit den laufzeitabhängigen Basiszinssätzen und diese für die Zwischenrechnung auch benötigt, handelt es sich allenfalls scheinbar um eine Komplexitätsreduktion.
- Das Verfahren erinnert an counting cows by counting their legs and dividing by four.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Das Konzept mit den üblichen Vereinfachungen

- Es wird eine typisierte Zahlungsreihe unterstellt, die kontinuierlich mit der Wachstumsrate w steigt.
- Es wird angenommen, dass das zu bewertende Unternehmen unendlich lange existiert, $n \to \infty$.
- Die Basiszinssätze bis zu einer Laufzeit von 30 Jahren werden aus der NSS-Zinsstruktur abgeleitet. Für alle längeren Laufzeiten gilt

$$r_{f,31} = r_{f,32} = \ldots = r_{f,\infty} = r_{f,30}\,.$$

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Das Konzept mit den üblichen Vereinfachungen

Zwischenbemerkung

Aus der Finanzmathematik ist bekannt, dass der Barwert einer kontinuierlich mit w wachsenden Zahlung bei unendlicher Laufzeit den Wert

$$V_0 = \begin{cases} \frac{CF_1}{r_{f,30}-w}, & \text{wenn } r_{f,30} > w \\ \infty, & \text{wenn } r_{f,30} \leq w \end{cases}$$

annimmt.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Das Konzept mit den üblichen Vereinfachungen

Mit $r_{f,30} > w$ führen die angegebenen Vereinfachungen bei Gleichung (2) von Folie 7 nach Umformungen auf

$$r_\varnothing = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}}\right)^t + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}-w}} + w \qquad (3)$$

Diese Bestimmungsgleichung für $r_\varnothing$ hat Vor- und Nachteile.

- Man kann sie (beispielsweise mit EXCEL) leicht auswerten.
- Die Äquivalenzbedingung dürfte nur zufällig erfüllt sein.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz 12

Das Konzept mit den üblichen Vereinfachungen

Zweiter Kritikpunkt

Wer den barwertäquivalenten Einheitszinssatz auf der Grundlage von typisierten Zahlungsreihen ermittelt und ihn anschließend auf eine individuelle Zahlungsreihe anwendet, kann die Äquivalenzbedingung höchstens zufällig einhalten.
Die damit entstehende Gefahr einer vermeidbaren Fehlbewertung ist ausschließlich darauf zurückzuführen, dass man beim Basiszins vermeintlich Komplexitätsreduktion betreiben will.

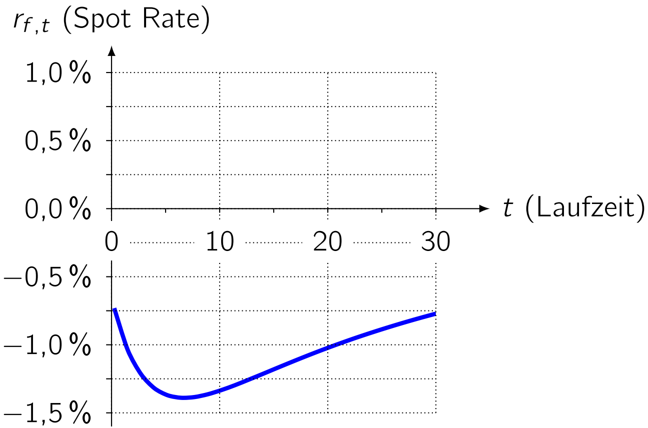
Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Niedrig(st)zinsumfeld

- Die Anwendung der Bestimmungsgleichung (3) von Folie 11 setzt voraus, dass $r_{f,30} > w$ ist.
- Üblicherweise verwendet man als Wachstumsrate $w = 1\,\%$.
- Folie 14 zeigt, dass die Anwendungsvoraussetzung bei dieser Wachstumsrate (nicht nur) im September 2019 sehr deutlich verletzt war.
- Hierauf hat das IDW – zögerlich und wenig hilfreich – reagiert.

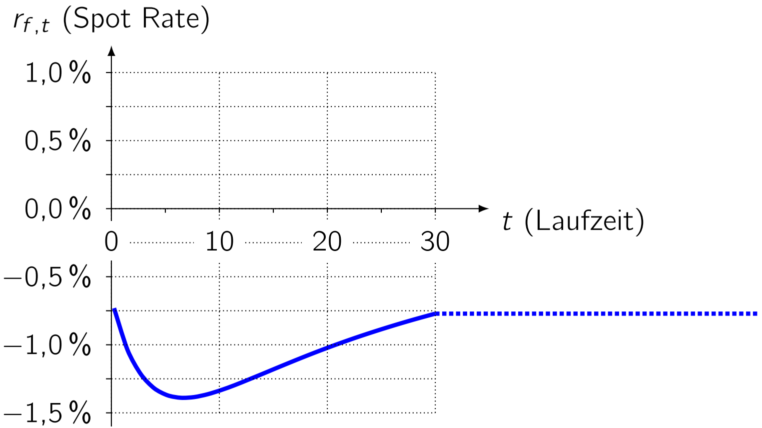
NSS-Zinsstruktur für den 06.09.2019

Quelle: Deutsche Bundesbank und eigene Berechnungen



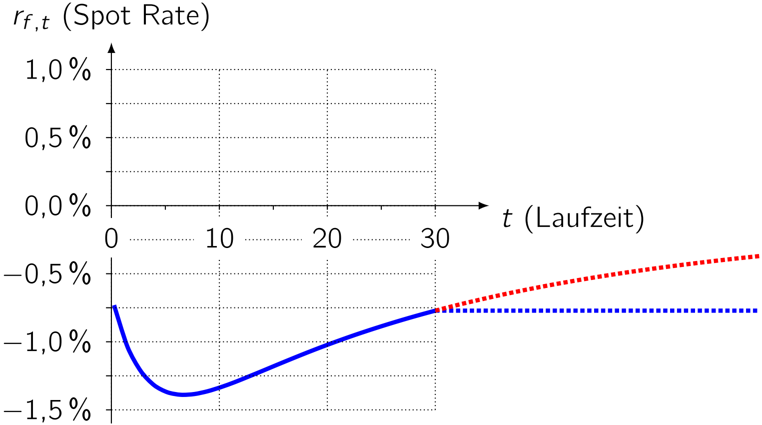
NSS-Zinsstruktur für den 06.09.2019

Quelle: Deutsche Bundesbank und eigene Berechnungen



NSS-Zinsstruktur für den 06.09.2019

Quelle: Deutsche Bundesbank und eigene Berechnungen



Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Niedrig(st)zinsumfeld, „Klarstellung“ des FAUB

> *„Demnach setzt bei der Ableitung des barwertäquivalenten einheitlichen Basiszinssatzes die Anwendung der dort angegebenen Formel des Barwertfaktors für Laufzeiten von mehr als 30 Jahren voraus, dass der Zinssatz im Jahr 30 die angesetzte langfristige Wachstumsrate übersteigt . . . . Andernfalls ist bei dem Berechnungsmodell zur Ableitung eines barwertäquivalenten einheitlichen Basiszinssatzes ein hinreichend langer Zeitraum zugrunde zu legen.“*

Quelle: IDW Life 3/2017 S. 351

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Niedrig(st)zinsumfeld, „Klarstellung“ des FAUB

- Schon Nelson/Siegel (JoB, 1987) haben gewarnt: „A function may have the flexibility to fit data over a specific interval but may have very poor properties when extrapolated outside that interval.“
- Häufig wird der im NSS-Modell relevante Parameter β_0 als Kassazinssatz für extrem lange Fristen angesehen. Diese Interpretation ist äußerst problematisch, siehe Obermaier (FB, 2008).
- Auch ist nicht garantiert, dass $\beta_0 > w$ ist. Am 06.09.2019 war $\beta_0 \approx 0{,}15\,\% < 1{,}00\,\%$.

Barwertäquivalenter Einheitszinssatz

Niedrig(st)zinsumfeld, „Klarstellung“ des FAUB

Dritter Kritikpunkt

Es ist üblich, den barwertäquivalenten Einheitszins auf der Grundlage einer typisierten Zahlungsreihe mit $w = 1\,\%$ zu bestimmen.
Das führt im Niedrig(st)zinsumfeld – auch nach der so genannten „Klarstellung“ des IDW – zu ungelösten Problemen, weil Zinssituationen mit $r_{f,30} < w$ und/oder $\beta_0 < w$ auftreten können und aufgetreten sind.

Barwertäquivalenz bei Unsicherheit

- Mit sicheren Cashflows galt

$$r_{\varnothing} = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}}\right)^{t} + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}-w}} + w \qquad (3)$$

- Bei unsicheren Cashflows muss analog

$$k_{\varnothing} = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+k_{t}}\right)^{t} + \left(\frac{1+w}{1+k_{30}}\right)^{30}\frac{1}{k_{30}-w}} + w \qquad (4)$$

angesetzt werden.

Barwertäquivalenz bei Unsicherheit

– Mit sicheren Cashflows galt

$$r_{\varnothing} = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}}\right)^{t} + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}-w}} + w \qquad (3)$$

– Bei unsicheren Cashflows muss wegen Gleichung (1)

$$r_{\varnothing}^{*}+z = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}+z}\right)^{t} + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}+z}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}+z-w}} + w \qquad (4)$$

angesetzt werden.

Barwertäquivalenz bei Unsicherheit

Schulte/Köller/Lehmann/Luksch

Schulte/Köller/Lehmann/Luksch (BewP, 2011) schreiben dazu unmissverständlich:

> *„Die Berücksichtigung des Risikos im Rahmen der Bestimmung des barwertäquivalenten einheitlichen Basiszinssatzes ergibt sich methodisch zwingend, wenn die Bewertung (typischerweise) unter Berücksichtigung risikoadjustierter Kapitalkosten erfolgt.“*

Ganz entsprechend auch schon Reese/Wiese (ZBB, 2007)

Barwertäquivalenz bei Unsicherheit

Schulte/Köller/Lehmann/Luksch

Und sie schreiben weiter:

> *„In den Hinweisen ... des FAUB finden sich ... zur Berücksichtigung des Risikos ... [keine] entsprechende[n] Hinweise. Die im Mitgliederbereich des IDW abrufbaren Beispiele sehen eine Berücksichtigung des Risikos ... nicht vor; vielmehr werden die ... laufzeitspezifischen Spot Rates ohne Berücksichtigung eines Risikozuschlags ... in einen barwertäquivalenten einheitlichen Basiszinssatz umgerechnet.“*

Systematische Verzerrung

Fragen

Damit stellen sich folgende Fragen:

- Wie groß ist die Differenz zwischen dem Einheitszinssatz ohne Risikozuschlag ($r_\varnothing$) und dem Einheitszinssatz mit Risikozuschlag ($r_\varnothing^*$)?
  - empirisch
  - formal
- Sind die Differenzen zufällig oder systematisch?
- Haben die Differenzen Gewicht, oder kann man sie vernachlässigen?

Systematische Verzerrung

Empirischer Vergleich – ein erster Eindruck

Termin	2009	2010	2011	2012	2013
$r_{\varnothing}$	3,72%	4,28%	3,47%	2,46%	2,34%
$r^*_{\varnothing}$	3,56%	3,98%	3,31%	2,32%	2,08%
Differenz	0,16%	0,30%	0,16%	0,14%	0,25%
Termin	2014	2015	2016	2017	2018
$r_{\varnothing}$	2,83%	1,56%	1,50%	1,04%	1,38%
$r^*_{\varnothing}$	2,58%	1,27%	1,27%	0,80%	1,11%
Differenz	0,25%	0,29%	0,23%	0,23%	0,27%

- Alle Differenzen sind größer als die zurzeit vom IDW vorgegebenen Rundungstoleranzen.
- Alle Differenzen sind positiv.

Systematische Verzerrung

Formale Ermittlung der Zinsdifferenz

Die Zinsdifferenz beläuft sich auf

$$r_\varnothing - r_\varnothing^* = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}}\right)^t + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}-w}} - \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}+z}\right)^t + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}+z}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}+z-w}} + z$$

Sie ist sehr unübersichtlich, weil sie von 32 Variablen abhängt, nämlich $r_{f,1}, r_{f,2}, \ldots, r_{f,30}, w$ und z.

Systematische Verzerrung

Eine Hypothese

Wie lässt sich die regelmäßige Beobachtung $r_\varnothing - r^*_\varnothing > 0$ erklären?

Aufgrund zahlreicher Testrechnungen vermuten wir, dass das an der Form der Zinsstrukturkurve liegt. Unsere Hypothese lautet:

- normale Zinsstrukturkurve: $r_\varnothing - r^*_\varnothing > 0$
- flache Zinsstrukturkurve: $r_\varnothing - r^*_\varnothing = 0$
- inverse Zinsstrukturkurve: $r_\varnothing - r^*_\varnothing < 0$

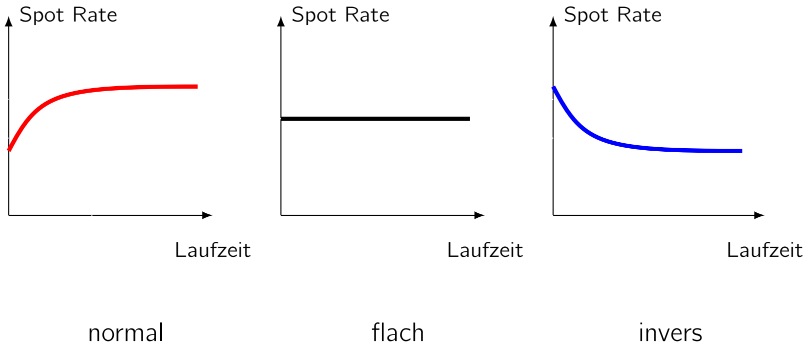
Systematische Verzerrung

Vorbemerkung zur Hypothesenprüfung

- Um die Hypothese prüfen zu können, muss formal eindeutig definiert werden, was unter normalen, flachen und inversen Zinsstrukturkurven zu verstehen ist.
- Zu diesem Zweck arbeiten wir mit vereinfachten Zinsstrukturkurven, siehe Folie 26, und definieren
  - normal: $i < j$
  - flach: $i = j$
  - invers: $i > j$

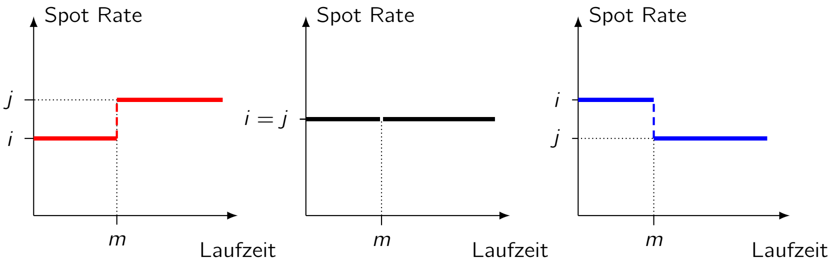
Systematische Verzerrung

Idealtypische Zinsstrukturkurven



Systematische Verzerrung

Vereinfachte Zinsstrukturkurven



normal flach invers

Systematische Verzerrung

Beweis der Hypothese: Voraussetzungen

Selbst mit diesen Vereinfachungen, ist es kein Kinderspiel, die Hypothese zu beweisen.

Wir wollen es trotzdem versuchen und unterstellen zu diesem Zweck

$$m = 1 \tag{5}$$

$$i, j, > -1 \tag{6}$$

$$j > w \tag{7}$$

$$1 > w, z > 0 \tag{8}$$

Für $m > 1$ gelingt der Beweis auch, ist aber schwieriger.

Systematische Verzerrung

Beweis der Hypothese: Ausgangspunkt ohne Vereinfachungen

Die interessierende Zinsdifferenz beläuft sich (siehe Folie 23) auf

$$r_\varnothing - r_\varnothing^* = \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}}\right)^t + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}-w}}$$
$$- \frac{1}{\frac{1}{1+w}\sum_{t=1}^{30}\left(\frac{1+w}{1+r_{f,t}+z}\right)^t + \left(\frac{1+w}{1+r_{f,30}+z}\right)^{30}\frac{1}{r_{f,30}+z-w}} + z$$

Systematische Verzerrung

Beweis der Hypothese: Mit Vereinfachungen

Mit den beschriebenen Vereinfachungen entsteht daraus

$$r_\varnothing - r_\varnothing^* = \underbrace{(1+w)\,z\,(j-i)}_{\text{Term 1}} \cdot \underbrace{\frac{\text{Term 2}}{\text{Term 3} \cdot \text{Term 4}}}_{>0}$$

mit

$$\text{Term 2} = (j-w)(\,2\,(1+i)+z) + (1+i)z > 0$$

$$\text{Term 3} = 1 + i + j + j^2 + w(i-j)$$

$$\text{Term 4} = i(1+w) + j^2 + j(1-w+2z) + (1+z)^2 > 0$$

Term 2 und Term 4 sind voraussetzungsgemäß unter allen Umständen positiv. Term 3 muss genauer betrachtet werden.

Systematische Verzerrung

Beweis der Hypothese

$$\text{Term 3} = 1 + i + j + j^2 + w(i - j)$$

- Wenn $i \geq j$ ist (inverse oder flache Zinskurve), ist Term 3 offensichtlich positiv.
- Grundsätzlich ist allerdings Term 3 positiv, wenn

$$1 + i + j + j^2 + w(i - j) > 0$$
$$1 + j(1 - w) + j^2 > -i(1 + w)$$

ist. Man kann zeigen, dass dies auch bei normaler Zinskurve ($i < j$) gilt, siehe Folie 30.

Systematische Verzerrung

Beweis der Hypothese

Aus den Voraussetzungen (6) und (8) folgt nämlich

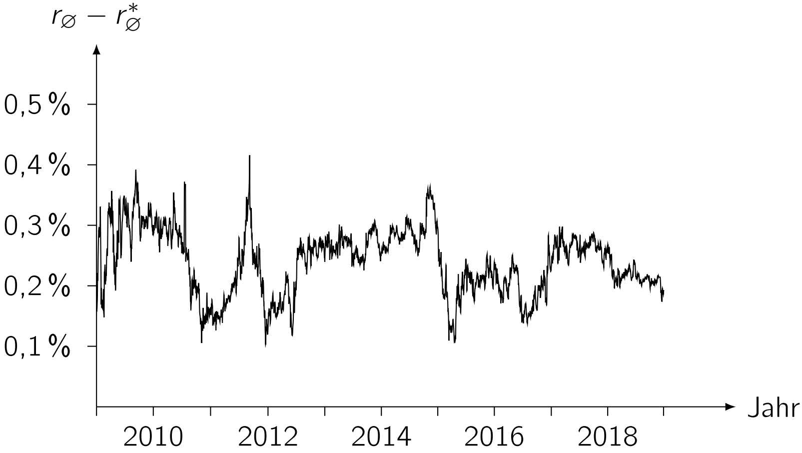
$$
\begin{aligned}
1 + i &> 0 \\
(1 + i)^2 &> 0 \\
1 + 2i + i^2 &> 0 \\
1 + 2i + i^2 - iw + iw &> 0 \\
1 + i(1 - w) + i^2 + i(1 + w) &> 0 \\
1 + i(1 - w) + i^2 &> -i(1 + w)
\end{aligned}
$$

und wenn $j > i$

$$1 + j(1 - w) + j^2 \gg -i(1 + w)$$

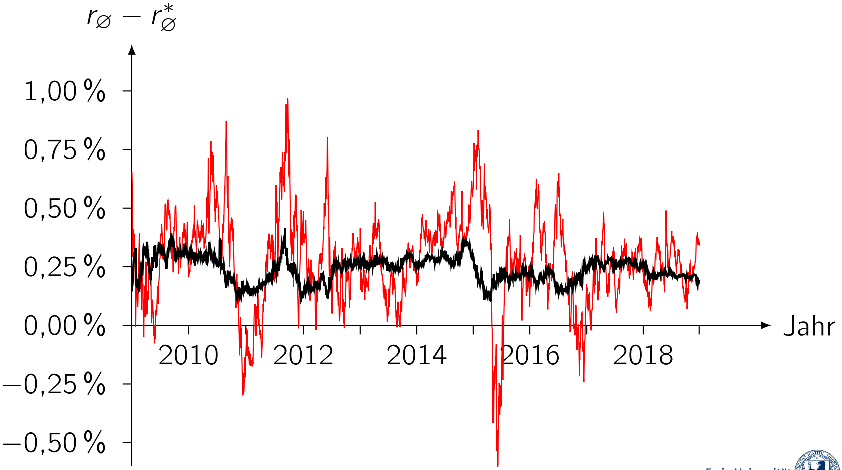
Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen (ohne Glättung und Rundung), 2009–2018



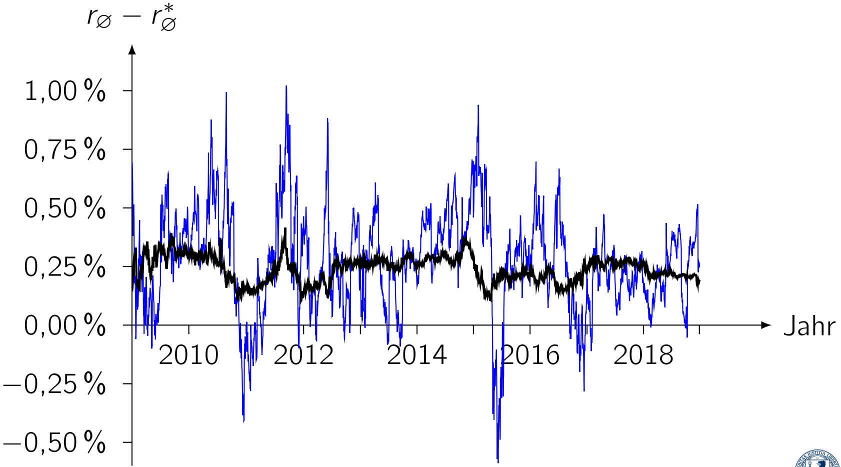
Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen (mit Glättung, aber ohne Rundung), 2009–2018



Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen (mit Glättung und Rundung), 2009–2018



Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen 2009–2018

Glättung von $r_{\varnothing}$	nein	ja	ja
Rundung von $r_{\varnothing}$	nein	nein	ja
Maximum	0,42 %	0,97 %	1,02 %
Minimum	0,10 %	–0,60 %	–0,59 %
Mittelwert	0,24 %	0,28 %	0,27 %
Streuung	0,05 %	0,20 %	0,22 %

Systematische Verzerrung

Vierter Kritikpunkt

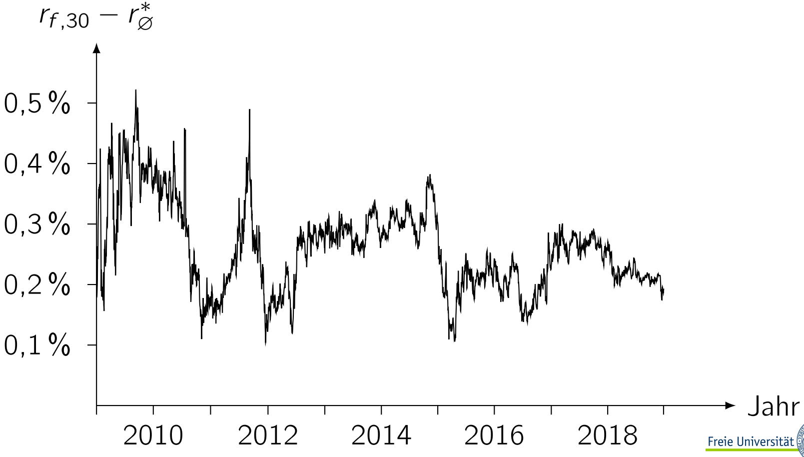
- Es ist üblich, den barwertäquivalenten Einheitszins ohne Berücksichtigung einer Risikoprämie zu bestimmen.
- Das ist methodisch unangemessen.
- Überdies führt es unter der Bedingung normaler Zinskurven zu systematischen Verzerrungen, deren Größenordnung nicht unbeachtlich ist.

Basiszinsbestimmung in Österreich

- Maßgeblich ist der Fachsenat für Betriebswirtschaft der Kammer der Wirtschaftstreuhänder.
- Aktuell ist die Empfehlung KFS/BW1 E 7 vom 28.11.2017.
- Ableitung periodenspezifischer Basiszinssätze aus der NSS-Zinsstruktur deutscher Bundesanleihen.
- Vereinfachend wird bei Unternehmen mit unbegrenzter Laufzeit die Spot Rate für eine Laufzeit von 30 Jahren ($r_{f,30}$) als Näherung für einen einheitlichen Basiszinssatz für zulässig gehalten.
- Auf Barwertäquivalenz, Glättungen und Rundungen des Einheitszinssatzes wird in Österreich verzichtet.

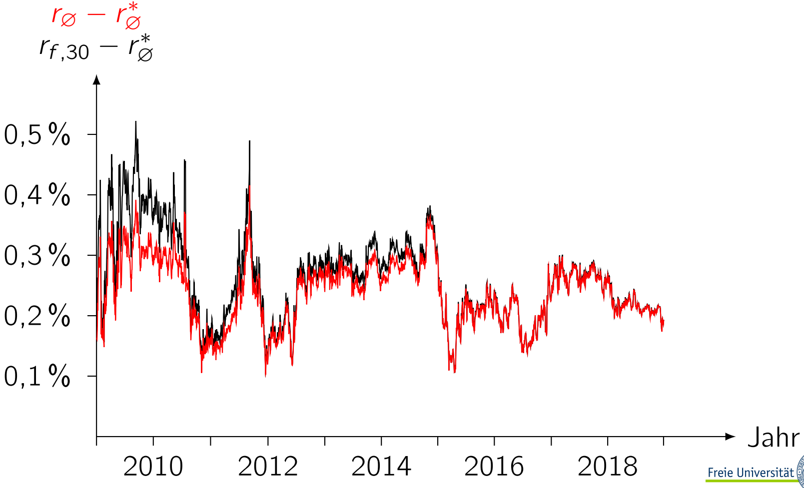
Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen [Österreich] , 2009–2018



Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen [Österreich und Deutschland], 2009–2018



Systematische Verzerrung

Zinsdifferenzen 2009–2018

	Deutschland			Österreich	
	$r_\varnothing$	$r^*_\varnothing$	$r_\varnothing - r^*_\varnothing$	$r_{f,30}$	$r_{f,30} - r^*_\varnothing$
Maximum	4,65%	4,31%	0,42%	4,76%	0,52%
Minimum	0,37%	0,23%	0,10%	0,37%	0,11%
Mittelwert	2,30%	2,06%	0,24%	2,32%	0,26%
Streuung	1,12%	1,10%	0,05%	1,14%	0,07%

- Bis zur Mitte des Jahres 2014 waren die österreichischen Zinsdifferenzen tendenziell höher als die deutschen.
- Nach diesem Zeitpunkt gab es keine nennenswerten Differenzen mehr.

Literatur

Knoll, Leonhard; Lutz Kruschwitz; Andreas Löffler: *Der Basiszinssatz in der Unternehmensbewertung: Ein Vergleich der Empfehlungen für Wirtschaftsprüfer in Österreich und Deutschland* (RWZ, 2019), 139–145.

Knoll, Leonhard; Lutz Kruschwitz; Andreas Löffler: *Basiszins: Vielfalt statt Einheit!* (ZBB, 2019), 262–268.

Nelson, Charles; Andrew Siegel: *Parsimonious Modeling of Yield Curves* (JoB, 1987), 473–489.

Obermaier, Robert: *Die kapitalmarktorientierte Bestimmung des Basiszinssatzes für die Unternehmensbewertung* (FB, 2008), 493–507.

Reese, Raimo; Jörg Wiese: *Die kapitalmarktorientierte Ermittlung des Basiszinses für die Unternehmensbewertung* (ZBB, 2007), 38–52.

Schulte, Jörn; Georg Köller; Dominik Lehmann; Felix Luksch: *Ausgewählte Praxishinweise zur Ableitung des Basiszinssatzes* (BewP 2011), 14–23.

Svensson, Lars: *Estimating Forward Interest Rates with the Extended Nelson & Siegel Method* (Sveriges Riksbank Economic Review, 1991), 87–116.