ÜBUNG AUS STATISTIK 1 FÜR INFORMATIK
SS 2019 (Mag. Thomas Forstner)

366.561 366.562 366.563 366.564

77. Eine stetige Zufallsvariable hat die Dichte

$$f(x)=\begin{cases} k-\dfrac{|x+3|}{50} & -8\le x\le +2 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die Konstante k so, dass eine gültige Dichte vorliegt und berechnen Sie die Verteilungsfunktion.
b) Bestimmen Sei die Wahrscheinlichkeit von $P(X \le 2)$.
c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz dieser Zufallsvariablen.

78. Eine Mannschaft gewinnt gegen eine andere Mannschaft mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%, verliert mit einer Wahrscheinlichkeit von 15% und spielt mit einer Wahrscheinlichkeit von 25% unentschieden. Beide Mannschaften spielen in der Woche dreimal gegeneinander. (Hinweis: die Reihenfolge der Spiele ist relevant)

a) Bestimmen Sie die Elemente des Ereignisses A: die erste Mannschaft gewinnt mindestens zweimal und verliert nicht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A.
b) Bestimmen Sie die Elemente des Ereignisses B: die erste Mannschaft gewinnt einmal, verliert einmal und spielt einmal unentschieden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B.

79. Ein Versuch besteht aus 4 unabhängigen Münzwürfen. Dabei liegt bei jedem Wurf "Wappen" mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 oben, da die Münze manipuliert ist. Für die Anzahl des Eintreffens von Wappen bestimme man tabellarisch die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Verteilungsfunktion.

80. Aus einem Lostopf mit 4 Gewinnen und 5 Nieten werden rein zufällig Lose (ohne Zurücklegen) gezogen, bis der erste Gewinn auftritt. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Ziehungen bis zum ersten Gewinn (einschließlich der Gewinnziehung).
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion von X.
Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion.

81. Jemand kommt zu einem willkürlich ausgewähltem Zeitpunkt (ohne die genaue Zeit zu kennen) zu einer Straßenbahnhaltestelle. Von dieser Straßenbahnhaltestelle fahren im 15-Minuten-Takt Straßenbahnen ab. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X („Wartezeit auf die nächste Straßenbahn in Minuten“).

82. In amerikanischen Spielkasinos findet man oft folgendes Würfelspiel: Man setzt auf eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Dann werden drei verschiedenfärbige (sprich unterscheidbare) Würfel geworfen. Erscheint die Zahl 1, 2 oder 3-mal, so erhält man das 1, 2, 3-fache des Einsatzes und dazu den Einsatz zurück. Andernfalls verliert man den Einsatz. Es sei X der Spielgewinn für 1 Dollar Einsatz.

    Man gebe die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X (in Tabellenform) an. Der Gewinn ist definiert als die Differenz von Auszahlung und Einsatz.

83. Jemand möchte 10 Bekannten zu Weihnachten eine Glückwunschkarte per Briefpost senden. Von diesen Bekannten wohnen 2 in Wien. Zum Versand der Glückwunschkarten werden Briefmarken benötigt, leider hat die Person nur 4 Stück vorrätig und beschließt daher 4 von den 10 Bekannten zufällig auszuwählen um nur diesen eine Glückwunschkarte zu zusenden. Es sei X die Anzahl der Bekannten aus Wien unter den 4 ausgewählten Bekannten.
    a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion für X.
    b) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz für X.

84. Von 200 Personen sind durchschnittlich zwei Personen farbenblind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter 200 zufällig ausgewählten Personen mindestens zwei farbenblinde Personen? (Berechnen Sie jeweils die exakte Wahrscheinlichkeit und die approximative Wahrscheinlichkeit unter Verwendung einer geeigneten Näherungslösung)

85. Ein Bus-Chauffeur führt mit seinem Reisebus jede Woche eine Werbefahrt ins grenznahe Ausland durch, wo die Passagiere Rheumadecken kaufen können. Der Bus hat 30 Plätze. Der Chauffeur weiß aus Erfahrung, dass im Mittel 5% der Angemeldeten nicht zur Fahrt erscheinen. Damit sein Bus trotzdem voll ist, nimmt er 32 Anmeldungen entgegen und hofft, dass mindestens zwei Personen nicht zur Fahrt erscheinen werden. Wie groß ist die exakte Wahrscheinlichkeit, dass ...
    a) ... alle 32 angemeldeten Personen zur Fahrt erscheinen?
    b) ... genau zwei der angemeldeten Personen nicht zur Fahrt erscheinen?
    c) ... alle Personen, die zur Fahrt erscheinen im Bus einen Platz finden?

86. An einer stark frequentierten Kreuzung (100.000 Autos pro Woche) finden im Schnitt pro Woche sechs Verkehrsunfälle statt. Wie groß ist die approximative Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Woche höchstens ein Unfall stattfindet?

87. In einer Schachtel befinden sich 4 rote und 7 blaue Kugeln. Man entnimmt zufällig und ohne Zurücklegen eine Kugel nach der anderen so lange, bis alle roten Kugeln gezogen wurden. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der durchgeführten Züge.
    a) Bestimmen Sie unter Zuhilfenahme der hypergeometrischen Verteilung die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X.
    b) Bestimmen Sie E(X) und Var(X).

88. Bei einer Eignungsprüfung einer Software-Firma werden den BewerberInnen Fragen aus den drei Gebieten Betriebssysteme, Programmieren und Datenbanken gestellt. Dabei wird jeweils zunächst mit gleicher Wahrscheinlichkeit eines der Fachgebiete zufällig ausgewählt und daraus dann eine Frage gestellt. Ein/e gut vorbereitete/r Bewerber/in beantwortet bei den Fachgebieten Betriebssysteme und Programmieren nur 10% der Fragen falsch, bei den Datenbanken sind 30% seiner Antworten falsch.
   a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der dieser Bewerber eine Frage bei der Eignungsprüfung korrekt beantwortet.
   b) Wie viele Fragen darf man dem obigen Bewerber höchstens stellen, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass er alle Fragen richtig beantwortet, größer als 50% sein soll?

89. Frau Meier hat zwei Kinder und die Wahrscheinlichkeit einer Bubengeburt ist 0,5.
   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zwei Buben sind?
   b) Ein Kind ist ein Bube. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Buben sind?
   c) Der Bube ist das ältere der beiden Kinder. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Buben sind?

90. Fritz Fischer angelt an einem großen See durchschnittlich zwei Fische pro Stunde. Am Wochenende gibt es einen Weltrekordversuch im „24-Stunden-Angeln“ an diesem See. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Fritz mindestens 40 Fische angelt, wenn er nun durchgehend 24 Stunden angelt?

91. Untersuchungen in einer Filiale einer Bank ergaben, dass werktags zwischen 12:00 Uhr bis 13:00 Uhr im Durchschnitt alle zwei Minuten ein Kunde die Filiale betritt. Berechnen Sie unter der Annahme, dass die Kunden voneinander unabhängig die Filiale betreten, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass werktags in der Zeit zwischen 12:55 Uhr bis 13:00 Uhr genau drei Kunden die Filiale betreten.

92. Die Brenndauer einer bestimmten Sorte Energiesparlampen ist normalverteilt mit dem Mittelwert μ = 1000 Stunden und der Varianz σˆ2 = 10000 Stunden².
   a) Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Energiesparlampe weniger als 1300 Stunden brennt.
   b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Energiesparlampe eine Brenndauer von mehr als 1400 Stunden besitzt?
   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Brenndauer einer zufällig ausgewählten Energiesparlampe zwischen 1300 und 1450 Stunden?