Lineare Algebra II (Wintersemester 2020/2021)
ASB3MA2AGU
10. Übungsblatt für den 18.12.2020

43. Seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Sind die Zeilen bzw. die Spalten jeweils in den Matrizen A, B und $A \cdot B$ linear unabhängig?

(b) Wie ändert sich die Antwort, wenn

$$B' = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -\mathbf{2} \end{pmatrix}?$$

44. (a) Berechnen Sie die Determinanten von jeweils A, B, $A \cdot B$, B' und $A \cdot B'$ aus dem Beispiel 43 mithilfe der Regel von Sarrus.

(b) Für jene Matrix, wobei die Determinante ungleich 0 ist, berechnen Sie die inverse Matrix mithilfe der adjungierten Matrix.

45. Sei

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Überprüfen Sie folgende Gleichheiten rechnerisch:

(a) $(C^{ad})^T = (C^T)^{ad}$,

(b) $C \cdot C^{ad} = C^{ad} \cdot C = \det(C) \cdot E_4$.

46. Sei

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Laut der Vorlesung wissen wir, dass

$$D^{ad} \cdot D = \det(D) \cdot E_3.$$

Überprüfen Sie nun jeden Schritt in der Gleichungskette

$$\begin{aligned} D^{ad} \cdot D = (D^T \cdot (D^{ad})^T)^T = (D^T \cdot (D^T)^{ad})^T = \\ = (\det(D^T) \cdot E_3)^T = \det(D) \cdot E_3 \end{aligned}$$

rechnerisch.