

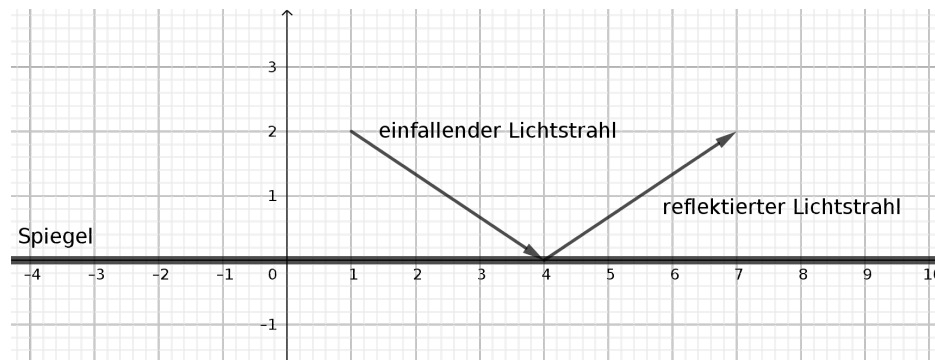
## Lineare Algebra II (Wintersemester 2020/2021)

### ASB3MA2AGU

#### 2. Übungsblatt für den 23.10.2020

9. Wir modellieren die Reflexion von Licht in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. Die  $x$ -Achse entspricht dem Spiegel. Der einfallende Lichtstrahl wird mit dem Vektor  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ , der reflektierte Lichtstrahl mit  $(c, d) \in \mathbb{R}^2$  bezeichnet.

- (a) Zeigen Sie, dass die Abbildung  $(a, b) \mapsto (c, d)$  linear ist. (Der Energieverlust bei der Reflexion wird ignoriert, also bleibt die Länge des Vektors bei der Reflexion unverändert.)



- (b) Wie ändert sich die Antwort, wenn der Spiegel mit der zweiten Mediane modelliert wird?
10. Sei  $h$  eine lineare Abbildung von  $\mathbb{R}^3$  nach  $\mathbb{R}^2$ , sodass  $h \neq 0$ , und seien  $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$ . Zeigen oder widerlegen Sie:
- (a)  $(v_1, v_2)$  linear abhängig  $\Rightarrow (h(v_1), h(v_2))$  linear abhängig;
  - (b)  $(v_1, v_2)$  linear unabhängig  $\Rightarrow (h(v_1), h(v_2))$  linear unabhängig;
  - (c)  $(h(v_1), h(v_2))$  linear abhängig  $\Rightarrow (v_1, v_2)$  linear abhängig;
  - (d)  $(h(v_1), h(v_2))$  linear unabhängig  $\Rightarrow (v_1, v_2)$  linear unabhängig.
11. Die Abbildung  $s : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  spiegelt den Punkt  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  an der Geraden  $x + 3y = 0$  auf das Bild  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ .

- (a) Bestimmen Sie eine Matrix  $A$ , so dass

$$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

für alle  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  gilt. *Hinweis: Sie können die Projektionsabbildung aus dem letzten Semester verwenden.*

- (b) Berechnen Sie das Produkt  $A \cdot A$ . Welche geometrische Bedeutung des Resultats kann hier abgelesen werden?

12. Ist die Abbildung  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$(x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+y^2} \cdot y}{|y|}, & y \neq 0, \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

linear?