Lineare Algebra II (Wintersemester 2020/2021)
ASB3MA2AGU
3. Übungsblatt für den 30.10.2020

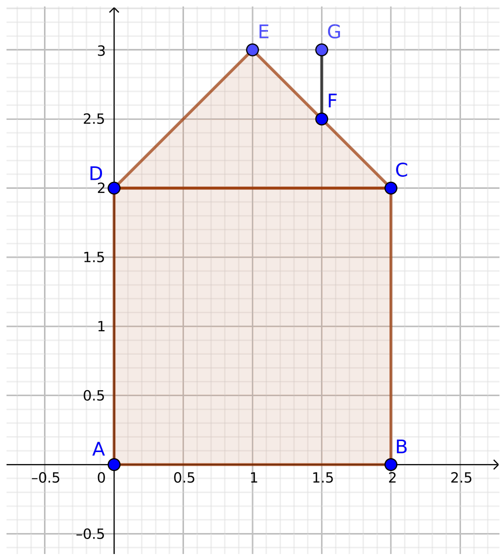
13. Betrachten wir die folgende Figur und die lineare Abbildung $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $h\left(\binom{x}{y}\right) := A \cdot \binom{x}{y}$. Skizzieren Sie das Bild der Figur nach der Durchführung der Abbildung h, wenn

    (a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,

    (b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$,

    (c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$.

    (d) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.



14. (a) Sei $g : 3x + 4y = 0$ im $\mathbb{R}^2$ und σ jene Abbildung, die jeden Punkt im $\mathbb{R}^2$ auf den Punkt abbildet, auf dem er nach der Spiegelung an der Geraden g landet. Bestimmen Sie eine Basis B, sodass $S_\sigma(B, B)$ leicht zu bestimmen ist. (Bestimmen Sie auch $S_\sigma(B, B)$.)

    (b) Sei $\delta : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ jene Abbildung, die jeden Punkt auf den Punkt abbildet, auf den er nach der Drehung um 135^o im Uhrzeigersinn um den Ursprung landet. Bestimmen Sie eine Basis B, sodass $S_\delta(B, B)$ leicht zu bestimmen ist. (Bestimmen Sie auch $S_\delta(B, B)$.)

    Veranschaulichen Sie Ihre Lösung mit einer Skizze!

15. Gegeben seien die Basen $B = \left(\binom{1}{1}, \binom{2}{3}\right)$ und $C = \left(\binom{2}{-1}, \binom{-1}{1}\right)$. Sei

$$\mathrm{id} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

die identische Abbildung, also $\mathrm{id}(v) = v$ für alle $v \in \mathbb{R}^2$. Bestimmen sie die Abbildungsmatrizen $S_{\mathrm{id}}(B, C)$ und $S_{\mathrm{id}}(C, B)$, und berechnen Sie deren Produkt.

16. Wir betrachten die Drehung $\delta : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, um den Ursprung um 45^o, im Uhrzeigersinn.

   (a) Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix $S_\delta(E, E)$.

   (b) Nun nehmen wir eine Basis B, welche keine ONB ist. Nämlich $b_1 = (1, 0)^T$, $b_2 = (1, 1)^T$. Finden Sie über graphische Überlegungen, die Koordinatentupeln $(\delta(b_1))_B$ und $(\delta(b_2))_B$ und bestimmen Sie $S_\delta(B, B)$.