Lineare Algebra I (Sommersemester 2019)
ASB2MA2LAU, SeBMA02x02
2. Übungsblatt für den 15.3.2019

In den folgenden Beispielen bezeichnen wir die Längen der Seiten eines Dreiecks mit a, b, c, und wir bezeichnen den der Seite mit Länge a gegenüber liegenden Winkel mit α, den der Seite mit Länge b gegenüber liegenden Winkel mit β, und den der Seite mit Länge c gegenüber liegenden Winkel mit γ. Die Seiten seien dabei *gegen den Uhrzeigersinn* mit a, b, c beschriftet.

9. Berechnen Sie $\sin(\gamma)$ für ein Dreieck mit $c = 10$, $b = \frac{10}{\sqrt{3}}$, $\beta = 30°$. Das Dreieck ist mit diesen drei Bestimmungsstücken c, b, β noch nicht eindeutig festgelegt. Warum nicht?

Berechnen Sie in den folgenden Beispielen jeweils die nicht angegebenen Seitenlängen und Winkel!

10. (a) $c = 5$, $b = 3$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$.
    (b) Gibt es für jede Wahl von $c > 0$, $b > 0$, α mit $0 < \alpha < \pi$ ein Dreieck mit den gewählten Bestimmungsstücken?

11. (a) $c = 5$, $b = 10$, $\beta = \frac{\pi}{6}$.
    (b) $c = 5$, $b = 3$, $\beta = \frac{\pi}{6}$.

12. (a) $c = 5$, $b = \frac{5}{2}$, $\beta = \frac{\pi}{6}$.
    (b) $c = 5$, $b = 2$, $\beta = \frac{\pi}{6}$.

13. (a) $c = 5$, $b = 3$, $\beta = \frac{5\pi}{6}$.
    (b) $c = 5$, $b = 10$, $\beta = \frac{5\pi}{6}$.
    (c) $c = 4$, $b = 5$, $\beta = \frac{\pi}{2}$.

14. Vom Quadrat $ABCD$ weiß man

    - $A = \binom{-1}{2}$.
    - B liegt auf der Geraden $g_B : \; X = \binom{-1}{2} + \lambda \cdot \binom{4}{3}$, die durch den Punkt A läuft.
    - Die Seitenlänge des Quadrats ist 10.
    - Die Eckpunkte sind gegen den Uhrzeigersinn mit A, B, C, D beschriftet.

    Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Quadrats!

15. Die Punkte $A = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ legen eine Gerade g fest.

    (a) Bestimmen Sie eine Parameterform dieser Geraden und verwandeln Sie diese anschließend in eine Gleichungsform.

    (b) Bestimmen Sie die Gleichung jener Geraden h in Parameterform, die zu g parallel ist und durch den Punkt $P = \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \end{pmatrix}$ geht.

    (c) Bestimmen Sie in Gleichungsform jene Gerade f, die durch den Punkt $P = \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \end{pmatrix}$ geht und normal auf die Gerade g steht.

    (d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von f und g.

    (e) Bestimmen Sie den Abstand von P von g.

16. Eine Raute ist ein Parallelogramm mit gleich langen Seiten.
    $A = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind Eckpunkte einer Raute $ABCD$, deren Seite a $(= AB)$ parallel zur Geraden $g: \; X = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ liegt. Bestimmen Sie die fehlenden Eckpunkte. Die Eckpunkte A, B, C, D sind gegen den Uhrzeigersinn beschriftet. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Diagonalen AC und BD und berechnen Sie die Winkel der Raute.