

## Regelung einer Reaktionsdiffusionsgleichung auf Basis von endlichdimensionalen Ersatzmodellen

### Voraussetzungen

- Automatisierungstechnik 1
- Automatisierungstechnik 2

### ungefähre Dauer

6 Monate

### Beginn

ab sofort

### Betreuerin

Dr.-Ing. Nicole Gehring  
nicole.gehring@jku.at

### Arbeitsort

am Institut



Abbildung 1: Visualisierung der ortsabhängigen Verteilung  $w(z, t)$  zu einem festen Zeitpunkt  $t$ .

### Stichworte

Reglerentwurf, Simulation

### Beschreibung

Neben der klassischen Wärmeleitungsgleichung ist die (eindimensionale) Reaktionsdiffusionsgleichung

$$\frac{\partial w}{\partial t}(z, t) = \lambda \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}(z, t) + \alpha w(z, t)$$

eine der bekanntesten parabolischen partiellen Differentialgleichungen. Die Dynamik der sowohl von der Zeit  $t$  als auch vom Ort  $z$  abhängenden Größe  $w(z, t)$  wird dabei von der Diffusion mit dem Koeffizienten  $\lambda > 0$  sowie einer lokalen Wechselwirkung oder Reaktion entsprechend des Koeffizienten  $\alpha$  bestimmt. Die Reaktionsdiffusionsgleichung kann durch Vorgabe eines Randwertes beeinflusst werden, beispielsweise  $w(0, t) = u(t)$  mit dem Eingang  $u(t)$ . Um die aus den Lehrveranstaltungen Automatisierungstechnik 1 und 2 bekannten Methoden zur Zustandsregelung anwenden zu können, muss das unendlichdimensionale Problem auf ein endlichdimensionales reduziert werden. Naheliegender dafür ist die Ortsdiskretisierung, also die Reduktion des Kontinuum von  $z$  auf äquidistante Stützstellen und ein Übergang des örtlichen Differentialquotienten in einen Differenzenquotienten.

In der Bachelorarbeit sollen unterschiedliche endlichdimensionale Ersatzmodelle hergeleitet werden, sowohl durch einfache Ortsdiskretisierung als auch durch Approximation mit endlich vielen, sogenannten Moden (Eigenfunktionen) der partiellen Differentialgleichung. Auch der Einsatz von Finite-Volumen-Modellen ist möglich. Auf der Grundlage dieser approximativen Modelle sind anschließend stabilisierende Zustandsregler zu entwerfen und in der Simulation zu verifizieren.

Konkret ergeben sich die folgenden Aufgaben:

- Generierung von Ersatzmodellen für die Reaktionsdiffusionsgleichung durch Differenzenquotienten und modale Analyse,
- Simulation der Reaktionsdiffusionsgleichung durch die Crank–Nicolson-Methode,
- Entwurf von stabilisierenden Zustandsreglern auf Basis der Ersatzmodelle,
- Realisierung eines gegebenen, sogenannten Backstepping-Reglers zum Vergleich mit den approximativen Ansätzen,
- Verifikation sämtlicher Entwürfe durch Simulation.