

Lösungen des Monats - Jänner 2024

Kategorie: Miximathik

Aufgabe 1: Zeitloses Schlittenrennen

Eine Klasse mit 25 Kindern macht ein Schlittenrennen. Bei einem Durchgang dürfen 5 Kinder gleichzeitig gegeneinander antreten. Es ist leider keine Stoppuhr vorhanden, um die genauen Zeiten zu bestimmen. Tritt ein Kind öfters an, so ist es jedes Mal gleich schnell. Spannenderweise sind zwei Kinder immer unterschiedlich schnell. Was ist die kleinste Anzahl an Durchgängen, die durchgeführt werden müssen, um die schnellsten 3 Schlittenfahrer:innen zu bestimmen?

Ergebnis: 7

Lösung: Zunächst teilt man die Kinder in 5 Gruppen und lässt diese jeweils intern gegeneinander antreten. Die Gruppen werden mit a, b, c, d und e bezeichnet und die Kinder nach der Reihenfolge beim Durchgang nummeriert.

a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
a_2	b_2	c_2	d_2	e_2
a_3	b_3	c_3	d_3	e_3
a_4	b_4	c_4	d_4	e_4
a_5	b_5	c_5	d_5	e_5

Das heißt, in der Gruppe a ist a_1 am schnellsten, a_2 am zweitschnellsten und so weiter.

Für den ersten Platz kommen somit nur noch a_1 , b_1 , c_1 , d_1 und e_1 infrage. Also treten diese im nächsten Durchgang an. Wir nehmen an, dass a_1 am schnellsten, b_1 am zweitschnellsten und c_1 am drittschnellsten sind. Damit belegt a_1 den ersten Platz.

Für den zweiten und dritten Platz kommen dann nur mehr a_2 , a_3 , b_1 , b_2 und c_1 infrage, da bei allen anderen Kindern mindestens 2 Kinder bereits besser waren. Diese fünf Kinder treten gegeneinander an und damit sind der zweite und dritte Platz fixiert. Es haben somit 7 Durchgänge ausgereicht.

Nun zeigen wir noch, dass 6 Durchgänge nicht ausreichen können, um die schnellsten 3 Kinder zu bestimmen. Will man nur den ersten Platz bestimmen, so scheiden bei jedem Durchgang 4 Kinder aus. Damit 24 der 25 Kinder ausscheiden, werden $\frac{24}{4} = 6$ Durchgänge benötigt. Um Platz zwei und drei zu bestimmen, sind daher mehr als 6 Durchgänge notwendig.

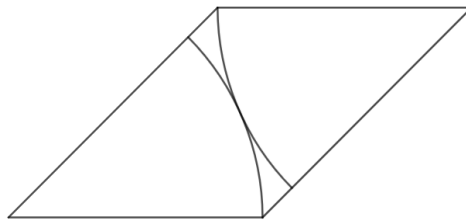
Somit ist die kleinste Anzahl an Durchgängen 7.

Aufgabe 2: Schräger Pi-zzakarton

Pizzabäcker Alex liefert Pizzen mit seinen neu designten Pizzakartons an eine Silvesterparty. Dabei sollen 2 Achtel-Pizzastücke mit einem Radius von 16 cm im Pizzakarton Platz haben. Diese werden wie in der Abbildung angeordnet. Wie viel Quadratzentimeter Karton braucht Alex für den parallelogrammförmigen Boden des Pizzakartons?

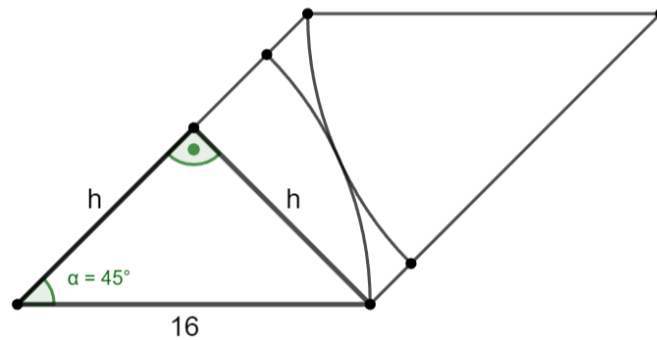
Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.





Ergebnis: 210,66

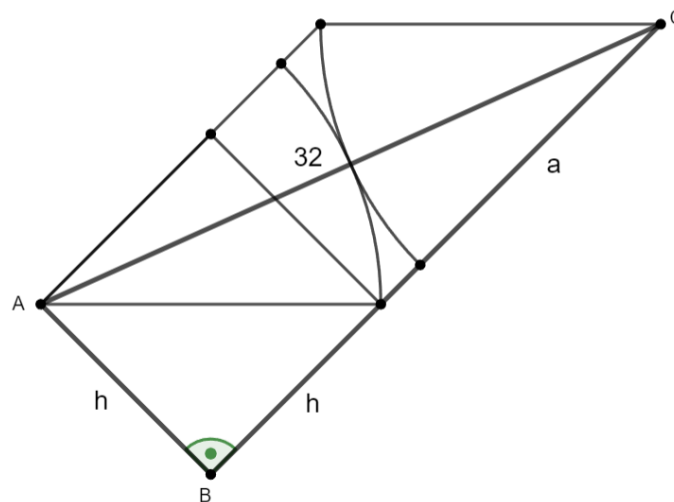
Lösung:



Da es Achtel-Pizzastücke sind, ist der spitze Winkel im Parallelogramm gleich 45° . Die Höhe des Parallelogramms lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen:

$$h^2 + h^2 = 16^2 \Rightarrow h = \sqrt{128}$$

Da sich die Kreise berühren, wissen wir, dass die längere Diagonale 32 lang ist. Wenn wir nun das eingezeichnete gleichschenklige Dreieck nach unten klappen, dann erhalten wir gemeinsam mit der Diagonale ein rechtwinkliges Dreieck ABC .



Wenn wir die unbekannte Seite des Parallelogramm mit a bezeichnen, lautet der Satz des Pythagoras für dieses Dreieck:

$$(a + h)^2 + h^2 = 32^2.$$

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.



Damit können wir nun a berechnen:

$$\begin{aligned}(a + h)^2 &= 32^2 - h^2 \\ a + h &= \sqrt{32^2 - h^2} \\ a &= \sqrt{32^2 - h^2} - h \\ a &= \sqrt{1024 - 128} - \sqrt{128} \\ a &= 8(\sqrt{14} - \sqrt{2})\end{aligned}$$

Die Fläche ist somit $a \cdot h = 8(\sqrt{14} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{128} = 210,66 \text{ cm}^2$ groß.

Aufgabe 3: Gemein(sam)es Geburtstagsrätsel

Charlotte sagt zu Anna und Benjamin, dass sie an einem der folgenden Tage Geburtstag hat: 1. Jän, 3. Jän, 4. Jän, 5. Jän, 2. Mär, 3. Mär, 1. Apr, 2. Apr, 3. Apr, 4. Apr, 6. Mai, 7. Mai, 6. Jun, 7. Jun. Zusätzlich verrät sie Anna das Monat und Benjamin den Monatstag. Anna und Benjamin führen dann folgendes Gespräch:

- (1) Anna: „Ich weiß, dass du das Datum von Charlottes Geburtstag nicht weißt.“
- (2) Benjamin: „Ich weiß, dass du das Datum auch nicht weißt.“
- (3) Anna: „Ich weiß, dass du das Datum noch immer nicht weißt.“
- (4) Benjamin: „Jetzt kennen wir beide das Datum.“

Wann hat Charlotte Geburtstag?

Bemerkung: Wenn der 6. Mai (= 6.5.) die Lösung ist, gib 65 als Antwort ein.

Ergebnis: 33

Lösung: Wegen (1) kann man den Jänner ausschließen:

Würde Charlotte Benjamin 5 sagen, würde er das Datum wissen. Weil Anna weiß, dass Benjamin es nicht wissen kann, ist der Monat Jänner nicht möglich.

Wegen (2) kann man den 2. jedes Monats ausschließen:

Würde Charlotte Anna den Monat Februar sagen, würde sie das Datum wissen. Weil Benjamin weiß, dass Anna es nicht wissen kann, ist der 2. jedes Monat nicht möglich.

Wegen (3) kann man den April ausschließen:

Würde Charlotte Benjamin 1 oder 4 sagen, würde er das Datum wissen. Weil Anna weiß, dass Benjamin es nicht wissen kann, ist der Monat April nicht möglich.

Wegen (4) bleibt nur noch der 3. März übrig:

Würde Charlotte Benjamin 6 oder 7 sagen, würde er das Datum noch immer nicht wissen. Würde Charlotte Anna Mai oder Juni sagen, würde sie das Datum noch immer nicht wissen. Da nun beide das Datum wissen, kann es nur der 3. März sein.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

