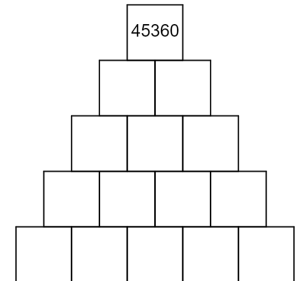


Lösungen des Monats - Februar 2024

Kategorie: Miximathik

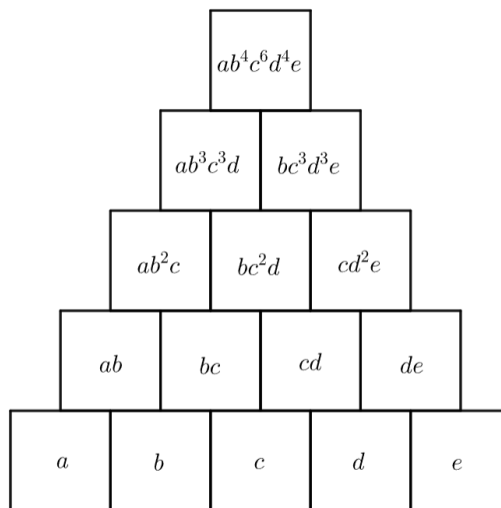
Aufgabe 1: Einmaliges Dosenprodukt

Bei einem Partyspiel werden 15 mit natürlichen Zahlen beschriftete Dosen so übereinander gestellt, dass auf einer Dose jeweils das Produkt der Zahlen darunter steht. Ganz oben steht 45360. Welche Zahl steht auf der Dose, die unten in der Mitte ist?



Ergebnis: 1

Lösung: Man bezeichne die Zahlen in den unteren Dosen mit den Variablen a bis e und trägt darüber die jeweiligen Produkte ein.

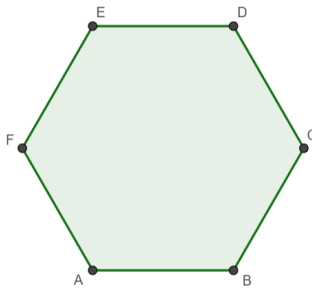


Damit erhält man, dass 45360 die Form von $ab^4c^6d^4e$ haben muss. Die Primfaktorzerlegung von 45360 ist $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$. Sechsmal muss die Zahl c als Faktor in der Zahl 45360 vorkommen. Da kein Faktor in dieser Vielfachheit vorkommt, muss 1 in der Mitte stehen. Eine mögliche Kombination wäre $a = 5$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 3$ und $e = 7$.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.



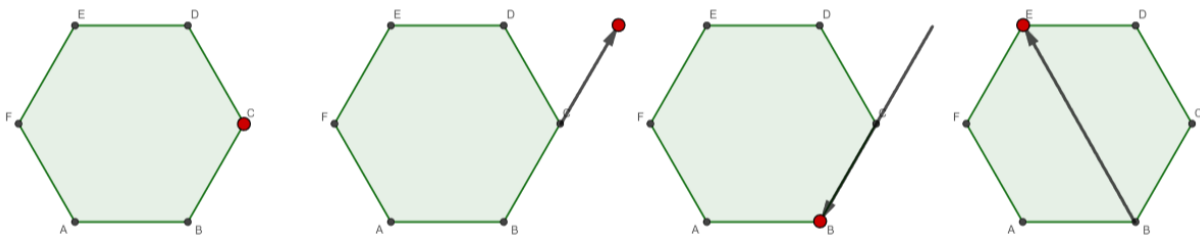
Aufgabe 2: Sechseckige Schnitzeljagd



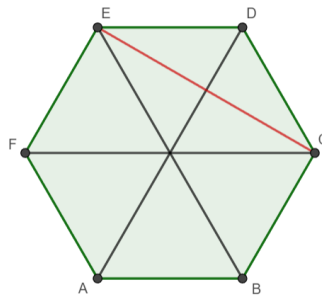
Daisy macht eine Schnitzeljagd. Sie befindet sich in einem Garten mit den 6 Bäumen A, B, C, D, E und F, die in einem regelmäßigen Sechseck der Seitenlänge $10 \cdot \sqrt{3}$ angeordnet sind. Um zum Schatz zu kommen, muss sie nach $C + \vec{BC} - \vec{AD} + 2\vec{AF}$ gehen. Sie möchte schneller sein, daher rechnet sie sich gleich aus, wo der Schatz versteckt ist. Dann geht Daisy den Weg direkt zum Schatz. Wie lang ist der direkte Weg?

Ergebnis: 30

Lösung: Folgt man den Vektoren, wie in folgender Abbildung dargestellt, kommt man bei Baum E an.



Der Weg dorthin ist zweimal die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge $10 \cdot \sqrt{3}$.



Die Höhe des gleichseitigen Dreiecks lässt sich mit dem Satz von Pythagoras berechnen:

$$h = \sqrt{(10 \cdot \sqrt{3})^2 - \left(\frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{300 - 75} = \sqrt{225} = 15$$

Der direkte Weg ist als $2 \cdot 15 = 30$ lang.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.



Aufgabe 3: Quadratische Luftschlangen

Quadratsummenfanatiker Düsentrieb kann nicht widerstehen, auf eine frisch ausgeblasene Luftschlange die Zahlen von 1 bis n in einer bestimmten Reihenfolge so zu schreiben, dass die Summe von zwei aufeinanderfolgender Zahlen immer eine Quadratzahl ist. Was ist die kleinste Zahl n größer 1 mit dieser Eigenschaft?

Hinweise:

Die Zahl 23 erfüllt die Eigenschaft, was folgende Anordnung zeigt:

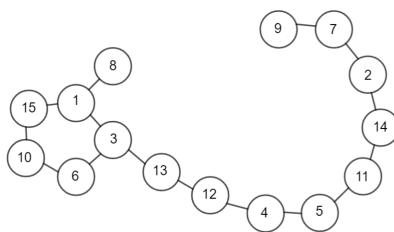
18, 7, 2, 23, 13, 12, 4, 21, 15, 10, 6, 19, 17, 8, 1, 3, 22, 14, 11, 5, 20, 16, 9

Eine nicht gültige Anordnung für die Zahl 5 ist:

1, 3, 2, 4, 5

Ergebnis: 15

Lösung: Man zeichne einen Graph, der alle Zahlen verbindet, deren Summe eine Quadratzahl ist. Damit man eine Folge findet, muss ein Pfad existieren der von jeder Zahl zu jeder anderen Zahl führt und dieser Pfad darf maximal 2 Zahlen mit einer ungeraden Anzahl an Verbindungen haben. Dies ist erst ab der Zahl 15 möglich. Der zugehörige Graph ist in folgender Abbildung veranschaulicht.



Eine mögliche Anordnung ist dann: 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15, 1, 8

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

