

Lösungen des Monats - Jänner 2025

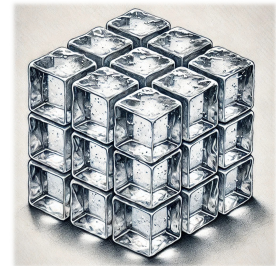
Maximathik - die offene Kategorie

Noel, Yuki und Niko treffen sich bei einer coolen Silvesterparty, um in neues Mathejahr durchzustarten.

Aufgabe 1: Echt zauberhafte Eiswürfel

Noel entdeckt im Laufe des Abends, dass die Eiswürfel für die Getränke genau 1 cm Seitenlänge haben. Er verklebt 27 davon zu einem $(3 \times 3 \times 3)$ Eiszauberwürfel. Nun entfernt er 8 dieser Eiswürfel wieder. Was ist die größtmögliche Oberfläche, die so entstehen kann (in cm^2)?

Hinweis: Die Eiswürfel "kleben" wie bei einem Zauberwürfel zusammen.



Ergebnis: 78

Lösung: Durch Entfernen

- eines Eckwürfels bleibt die Oberfläche gleich,
- eines Kantenwürfels zwischen zwei Eckwürfeln erhöht sich die Oberfläche um 2,
- eines äußeren mittigen Würfels (Mitte einer Seitenfläche) erhöht sich die Oberfläche um 4.

Man entferne also zunächst die 6 äußeren mittigen Würfel. Würde man danach jedoch einen Kantenwürfel weggeben, würde die Oberfläche um 2 kleiner werden, da die mittigen Würfel bereits fehlen. Daher entfernt man noch 2 Eckwürfel, wodurch man dann insgesamt eine Oberfläche von $9 \cdot 6 + 4 \cdot 6 = 78 \text{ cm}^2$ erhält.

Aufgabe 2: 4 (Liter) Gewinnt

Yuki schnappt sich 2 leere Magnumflaschen Kindersekt. Die eine fasst 5 Liter, die andere 7 Liter. Yuki fordert die anderen beiden zu einer Challenge heraus. Folgende Aktionen können beliebig oft ausgeführt werden:



- Ein Flasche komplett füllen.
- Den Inhalt von einer Flasche in die andere füllen, bis entweder die eine Flasche ganz leer oder die andere ganz voll ist.
- Eine Flasche komplett ausleeren.

Mit diesen Aktionen sollen sie erreichen, dass sich in einer der beiden Flaschen genau 4 Liter befinden. Was ist die minimale Anzahl an Aktionen, die sie dazu ausführen müssen?

Ergebnis: 6

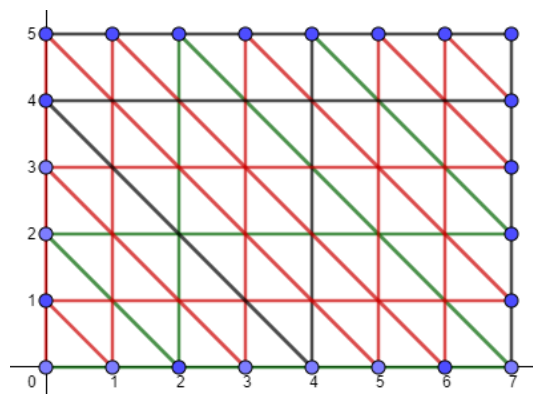
Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst.



Lösung: Der kürzeste Weg, um zum Ziel zu gelangen, benötigt 6 Aktionen:

- Die 7 Liter Flasche füllen.
- Die 7 Liter Flasche in die 5 Liter Flasche umleeren, bis die 5 Liter Flasche voll ist. Damit sind noch 2 Liter in der 7 Literflasche drinnen.
- Die 5 Liter Flasche ausleeren.
- Die 2 Liter aus der 7 Liter Flasche in die 5 Liter Flasche füllen.
- Die 7 Liter Flasche füllen.
- Die 7 Liter Flasche in die 5 Liter Flasche umleeren, bis die 5 Liter Flasche voll ist, das entspricht 3 Liter. Somit verbleiben in der 7 Liter Flasche die gesuchten 4 Liter.

Folgende Grafik zeigt, dass es keinen kürzeren Weg gibt. Es gibt zwei Wege um zu 4 Liter zu gelangen, diese werden in rot und grün in der Abbildung dargestellt. Dabei ist der grüne Weg der kürzere, für den 6 Aktionen benötigt werden.



Aufgabe 3: Wie verlogen ist diese Party?

Niko ist sehr minimalistisch und denkt sich ein Rätsel ohne Utensilien aus. Er erfindet dazu folgende Geschichte: Die 100 Teilnehmer*innen dieser Party sagen jeweils immer die Wahrheit oder lügen immer. Es gibt mindestens eine Person, die immer lügt. Von jeweils zwei Partygästen sagt immer mindestens eine Person die Wahrheit. Wie viele Lügner*innen sind auf der Party?



Ergebnis: 1

Lösung: Bildet man Paare mit der einen Person, die immer lügt, mit jeweils allen anderen Partygästen, so erkennt man, dass alle anderen die Wahrheit sagen müssen. Damit ist genau ein*e Lügner*in auf der Party.

Rufe mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort findest du eine Anleitung, wie du deine Lösungen abgeben kannst. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen du Punkte sammeln kannst.

