

Lösungen des Monats - Januar 2023

Kategorie: Miximathik

Aufgabe 1: Schokolade zu den Feiertagen

Vor Weihnachten gab es einen kegelförmigen Christbaumschmuck aus Schokolade zu kaufen. Dieser Kegel hat einen Radius von 1 cm und eine Höhe von 6 cm. Dieses Jahr sind 99 Stück davon übrig geblieben. Die ganze Schokolade wird nun eingeschmolzen und es sollen daraus 44 kugelförmige Ostereier entstehen. Wie groß ist der Radius einer Kugel in cm?

Bemerkung: Beide Figuren sind nicht hohl.

Ergebnis: 1,5

Lösung: Sei $r_1 = 1$ cm der Radius und $h = 6$ cm die Höhe des Kegels, dann ist das Volumen V :

$$V = \frac{r_1^2 \pi h}{3} = 2\pi \text{ cm}^3$$

Insgesamt erhält man $99 \cdot 2\pi = 198\pi \text{ cm}^3$ Schokolade. Damit besteht eine Kugel aus $\frac{198\pi}{44} = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$ Schokolade. Der Radius r_2 der Kugel ergibt sich aus der Gleichung:

$$\frac{4}{3} r_2^3 \pi = \frac{9\pi}{2}$$

Daher gilt für den Kugelradius: $r_2 = \sqrt[3]{\frac{9}{2}} = 1,5$ cm.

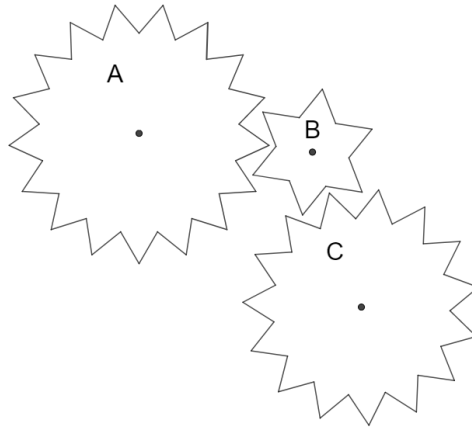
Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.



Aufgabe 2: Weihnachtzzahnräder

Beim Abräumen des Christbaums fällt Leonore auf, dass Weihnachtssterne und Zahnräder so manches gemeinsam haben. Sie legt 3 Sterne wie unten gezeigt auf eine Korkwand und fixiert die Mittelpunkte mit einer Stecknadel. Nun dreht sie Stern C.

Wie viele Umdrehungen muss sie den Stern C drehen, bis alle Sterne wieder in ihre ursprüngliche Ausgangslage zurückkehren?



Ergebnis: 34

Lösung: Zahnrad A hat 17 Zähne, Zahnrad B 6 und Zahnrad C 15.

Man sucht zunächst die kleinste Anzahl an Zähnen, um die man die Zahnräder weiter drehen muss, sodass alle Zahnräder wieder in die Ausgangslage zurückkehren. Diese Anzahl muss ein Vielfaches von 17, 6 und 15 sein. Das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen ist 510. Das Zahnrad C muss daher um 510 Zähne weiter gedreht werden. Damit muss es sich $\frac{510}{15} = 34$ mal drehen.

Aufgabe 3: Pizza schneiden

Pizzaverkäufer Alex überlegt: „Mit einem geraden Schnitt kann man eine kreisrunde Pizza in zwei Teile zerteilen. Mit zwei geraden Schnitten kann man eine kreisrunde Pizza in bis zu vier Teile zerteilen.“

Wie viele Teile kann man mit 6 Schnitten maximal erreichen?

Ergebnis: 22

Lösung: Man muss bei jedem Schnitt die Schnittgerade so ansetzen, dass sie **alle** bisherigen Schnittgeraden schneidet und dass nie 3 Geraden durch einen Schnittpunkt gehen. Die entstehenden Stücke sind natürlich in keiner Weise gleich groß.

Mit dem n -ten Schnitt kommen n neue Stücke dazu. Zu Beginn (mit Null Schnitten) hat man bereits ein Stück. Daher erhält man mit 6 Schnitten $1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 22$ Stücke.

Allgemein kann man mit Hilfe der Gaußschen Summenformel die Anzahl an Stücken nach n Schnitten angeben: $1 + \frac{n(n+1)}{2}$

Mit $n = 6$ erhält man auch hier 22 Stücke.

Rufen Sie mit Hilfe des QR-Codes unsere Website auf. Dort finden Sie eine Anleitung, wie Sie ihre Lösungen abgeben können. Jeden Monat gibt es neue Aufgaben, bei denen Sie Punkte sammeln können.

