

Endklausur zur
Mathematische Statistik II

Werner G. Müller, Institut für Angewandte Statistik (IFAS), JKU Linz

Wintersemester 2007/08

Die Klausur ist „open book“, d.h. das Referenzbuch „Statistical Inference“, 2nd edition ist als Prüfungsunterlage zugelassen. Prüfungsdauer ist eine Stunde.

13.3.2008

1. Es sei X_1, \dots, X_n eine Zufallsstichprobe aus einer $N(\mu, \sigma^2)$ normalverteilten Grundgesamtheit, mit bekanntem μ und unbekanntem σ^2 . Finden Sie eine Scorestatistik zum Testen von $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$.

2. Wozu dient folgender Mathematica-code/output?

```
In[2]:= s = 1  
n = 50  
a = 0.05
```

```
In[8]:= 2 Quantile[StudentTDistribution[n - 1], 1 - a / 4] s / Sqrt[n]  
(s  
  Sqrt[(n - 1) (1 / Quantile[ChiSquareDistribution[n - 1], a / 4] -  
    1 / Quantile[ChiSquareDistribution[n - 1], 1 - a / 4])])
```

```
Out[8]= 0.65251
```

```
In[9]:= Quantile[NormalDistribution[0, 1], 1 - a / 4] s / Sqrt[n]  
(Sqrt[(n - 1) / Quantile[ChiSquareDistribution[n - 1], a / 4] +  
  Sqrt[(n - 1) / Quantile[ChiSquareDistribution[n - 1], 1 - a / 4]])  
(s  
  Sqrt[(n - 1) (1 / Quantile[ChiSquareDistribution[n - 1], a / 4] -  
    1 / Quantile[ChiSquareDistribution[n - 1], 1 - a / 4])])
```

```
Out[9]= 0.665009
```

3. Erklären Sie die Konsistenz von Maximum-Likelihoodschätzern anhand einer Skizze.

4. Es seien X_1, X_2, \dots i.i.d. Beobachtungen aus einer Gleichverteilung auf $(0,1)$. Zeigen Sie,

dass die Folge der geometrischen Mittel $\left(\prod_{i=1}^n X_i\right)^{\frac{1}{n}}$ fast sicher gegen $e^{-1} \approx 0.368$ konvergiert. Hinweis: bestimmen Sie zunächst die Verteilung der $-\log(X_i)$!