17. **Unschärfe**
Verwenden sie die Unschärferelation

$$\sqrt{\langle(\Delta\hat{\mathrm{r}})^2\rangle\,\langle(\Delta\hat{\mathrm{p}})^2\rangle} \geq \frac{\hbar}{2}$$

um die Grundzustandenergie eines Teilchens im Coulomb-Potential abzuschätzen. Verwenden sie den Bohr-Radius $a_\mathrm{B} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$ (m_e die Masse eines Elektrons).

18. **Potentialwall**
Betrachten sie ein Potential der Form

$$V = \begin{cases} V_0 & (|x| < a) \\ 0 & (\text{sonst}) \end{cases}$$

und machen Sie einen Ebene-Wellen-Ansatz für die drei Bereiche links des Walles (1), im Wall (2) und rechts vom Wall (3).

(a) Stellen Sie die Stetigkeitsbedinungen auf und bestimmen Sie die (komplexe) Transmissionsmatrix T für die gilt:

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = \mathsf{T} \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$$

wobei A_i die Amplitude der rechts-laufenden Welle im Bereich i bezeichnet und B_i die der links-laufenden Welle.

(b) Bestimmen Sie den Transmissions- und den Reflektionskoeffizienten.

19. **2D**
Ein freies Teilchen besitzt in kartesischen Koordinaten die Hamiltonfunktion

$$H = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2\right) \quad .$$

(a) Bestimmen Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung hierfür und schreiben Sie sie sodann in Polarkoordinaten um.

(b) Bestimmen Sie zuerst die Hamiltonfunktion in Polarkoordinaten und gehen sie dann zur Quantenmechanik über indem Sie die Impulse durch die entsprechenden Operatoren ersetzen. Wie sieht die Schödingergleichung jetzt aus?

(c) Vergleichen Sie beide Ergebnisse. Wenn Sie unterschiedlich sind: welche ist richtig und warum?

20. **δ-Potential**
Lösen Sie die eindimensionale, zeitunabhängige Schrödingergleichung für ein attraktives δ-förmiges Potential,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) - a\,\delta(x) = E\,\psi(x) \ .$$

Welchen Stetigkeitsbedingungen müssen die Lösungen genügen und wieviele gebundene Zustände gibt es?