25. **Drehimpuls**
    (a) Zeigen Sie die Kommutatorregel für Drehimpulse: $[\hat{\mathrm{L}}_i, \hat{\mathrm{L}}_j] = \mathrm{i}\hbar\,\epsilon_{ijk}\hat{\mathrm{L}}_k$, wobei ϵ_{ijk} das Levi-Civita-Symbol ist.
    (b) Zeigen Sie, dass man Betrag und z-Komponente des Drehimpulses gleichzeitig exakt messen kann.
    (c) Bestimmen Sie den Kommutator $[\hat{\mathrm{L}}_+, \hat{\mathrm{L}}_-]$.
    (d) Zeigen Sie, dass die Operatoren $\hat{\mathrm{L}}^2$ und $\hat{\mathrm{L}}_\pm$ kommutieren.
    (e) Bestimmen Sie den Kommutator $[\hat{\mathrm{L}}_z, \hat{\mathrm{L}}_\pm]$.

26. **Eigenwerte**
    Bestimmen sie die Erwartungswerte von $\hat{\mathrm{L}}_x$ und $\hat{\mathrm{L}}_y$ in den gemeinsamen Eigenzuständen von $\hat{\mathrm{L}}^2$ und $\hat{\mathrm{L}}_z$, d.h. $\langle Y_{l,m}|\hat{\mathrm{L}}_{x,y}|Y_{l,m}\rangle$.

27. **Kugelflächenfunktionen**
    Zeigen Sie durch integrieren, dass die Kugelflächenfunktionen

    (a) $Y_{2,-1}$ und $Y_{2,2}$
    (b) $Y_{1,0}$ und $Y_{2,1}$

    orthogonal sind.

28. **Kohärente Zustände**
    Die kohärenten Zustände des Harmonischen Oszillators sind definiert als

$$|\alpha\rangle = \mathrm{e}^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

    wobei $|n\rangle$ die Eigenzustände des Hamiltonoperators sind.

    (a) Zeigen Sie, dass die kohärenten Zustände normiert sind.
    (b) Zeigen Sie, dass die kohärenten Zustände Eigenzustände des Vernichtungsoperators $\hat{\mathrm{a}}$ sind und bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.
    (c) Bestimmen Sie $\langle\hat{\mathrm{x}}\rangle$, $\langle\hat{\mathrm{p}}\rangle$, $\langle\hat{\mathrm{x}}^2\rangle$ und $\langle\hat{\mathrm{p}}^2\rangle$ sowie die Unschärfe $\sqrt{(\Delta x)(\Delta p)}$.