29. **Wasserstoffatom**
Bestimmen Sie die Rekursionsformel für die Koeffizienten c_k der Lösung der Radialgleichung

$$L''(\rho) + L'(\rho)\left(\frac{2}{\rho} - 1\right) + L(\rho)\left(\frac{1}{\rho}\left[\frac{m_e e^2}{\hbar\sqrt{-2m_e E}4\pi\epsilon_0} - 1\right] - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right) = 0 \qquad (1)$$

mit $L(\rho) = \rho^\alpha \sum_{k=0}^{\infty} c_k \rho^k$.

30. **Harmonischer Oszillator in 3D**
In Aufgabe 15 wurde der harmonische Oszillator in 3D als superposition von 3 eindimensionalen harmonischen Oszillatoren gelöst. Die Eigenfunktionen kann man also mit der Besetzungszahl in der jeweiligen Koordinate charakterisieren: $|n_x n_y n_z\rangle$. Drücken Sie diese als Linearkombination der Eigenfunktionen charakterisiert durch den Drehimpuls $|\nu l m\rangle$ für die Energien $E = \frac{3}{2}\hbar\omega,\ \frac{5}{2}\hbar\omega$ aus.
Hinweis: Der Radialanteil hängt von zwei Quantenzahlen ν und l ab, $R_{00} = e^{-q^2/2}$ und $R_{01} = qe^{-q^2/2}$ mit $q = \sqrt{m\omega/\hbar r}$.

31. **Spin im Magentfeld**
Gegeben sei ein homogenes **B**-Feld in $\mathbf{e}_x$-Richtung. Ein Spin$\frac{1}{2}$-Teilchen befinde sich bei $t = 0$ im Zustand $|\psi(0)\rangle = |\uparrow\rangle$. (Wobei mit $|\uparrow\rangle$ der Eigenzustand von $\hat{\mathrm{S}}_z$ mit Eigenwert $+\frac{\hbar}{2}$ bezeichnet wird.)

(a) Bestimme den Zeitpunkt T in dem der Zustand $|\psi(T)\rangle = |\downarrow\rangle$ ist.

(b) Zum Zeitpunkt $\frac{T}{2}$ wird eine Zwischenmessung mittels eines Gradienten in z-Richtung durchgeführt. Gib den Erwartungswert einer Messung von $\hat{\mathrm{S}}_z$ zur Zeit T an. (Mittle über die möglichen Ausgänge der Zwischenmessung.)

(c) Was passiert, falls zu den Zeitpunkten $t_i = \frac{iT}{n}$ mit $i = 1, 2, \ldots, n-1$ Zwischenmessungen von $\hat{\mathrm{S}}_z$ durchgeführt werden im Limes $n \to \infty$?

Hinweis: $\hat{\mathrm{H}} = \gamma_s \mathbf{B}\hat{\mathbf{S}}$

32. **Auswahlregeln**
Die Übergangswahrscheinlichkeit für Dipolstrahlung im Wasserstoffatom ist proportional zu

$$w_{n'l'm',nlm} \sim \langle n'l'm'|\,\hat{\mathbf{r}}\,|nlm\rangle\,. \qquad (2)$$

Prüfen Sie die Auswahlregeln für $\Delta m = 0,\ \pm 1$ nach.