

**Mathematik I**  
**WS 2014/15**  
**11.Übungsblatt**  
**Aufgaben für den 15.01.2015**

**1. Folgen**

Überprüfen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie, falls existent, die dazugehörigen Grenzwerte mit  $n \rightarrow \infty$ .

- a)  $a_n = (-1)^n \frac{1}{n}$
- b)  $b_n = \sum_{i=n}^{2n} \frac{1}{i!}$
- c)  $c_n = \frac{(2n+2)!3^{n-1}}{(2n)!3^n(n+1)^2}$
- d)  $d_n = \frac{4n^2+2}{n^3-2n}$

**2. Folgen**

Überprüfen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie, falls existent, die dazugehörigen Grenzwerte mit  $n \rightarrow \infty$ .

- a)  $a_n = \frac{\sqrt{4n^2+5n+2}}{2n}$
- b)  $b_n = \sqrt{4n^2 + 5n + 2} - 2n$
- c)  $c_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
- d)  $d_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^3 - \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^3$

**3. Konvergenz von rekursiven Folgen**

Überprüfen Sie, ob folgende rekursiv definierten Folgen konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert mit  $n \rightarrow \infty$ .

- a)  $a_0 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$
- b)  $b_0 = 1, b_{n+1} = \frac{1+b_n^2}{2+b_n}$
- c)  $c_0 = 3, c_{n+1} = \frac{3+c_n^2}{2c_n}$

**4. Papierformate**

Papierformate sind genormt (ÖNORM A 1001). Das Format A0 (Plakat) hat eine Seitenlänge von 1189 mm, A3 hat eine Seitenlänge von 420 mm. Berechnen Sie daraus bei Vorliegen einer geometrischen Folge die Seitenlängen von A1 (Halbbogen) bis A6 (Postkarte). Messen Sie die Breite eines Blattes (z.B. A4) und berechnen Sie die restlichen Breiten. Genügen auch sie einer geometrischen Folge?

**5. Astronomie**

Die mittleren Sonnenabstände  $E_n$  der Planeten unseres Sonnensystems folgen in etwa der sogenannten Titius-Bodeschen Folge  $E_n = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n$ . Die  $E_n$  werden in Astronomischen Einheiten  $AE$  gemessen (1  $AE$  = Entfernung Erde-Sonne). Ermitteln Sie  $n$  für die beiden äußeren Planeten Uranus (19.6  $AE$  von der Sonne entfernt) und Neptun (Entfernung 38.8  $AE$ ) und die Sonnenabstände für die vorhergehenden Himmelskörper Venus, Erde, Mars, Ceres, Jupiter und Saturn. Welchen Wert muss  $n$  für die Merkurbahn (Entfernung 0.39  $AE$ ) haben?