

Stochastische Prozesse, Übungen, WS 2017/2018

2. Übungsblatt, für den 19.10.2017

Beispiel 7

Es gibt n Urnen mit jeweils gleichen Anzahl von Kugeln, wobei sich in den ersten $n - 1$ dieser Urnen w_1 weiße und s_1 schwarze Kugeln befinden, hingegen in der n -ten Urne w_2 weiße und s_2 schwarze Kugeln. Es wird zufällig (mit gleicher Wahrscheinlichkeit) eine Urne ausgewählt und daraus eine Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt diese Kugel aus der n -ten Urne, wenn die gezogene Kugel weiß ist?

Beispiel 8

In einer Urne befinden sich N mit den Zahlen $1, 2, \dots, N$ nummerierte Lose. Dieser Urne werden auf einen Griff $2n + 1$ Lose zufällig entnommen ($2n + 1 \leq N$). Bestimmen Sie die Verteilung (Träger und Verteilungsdichte) der mittleren dabei gezogenen Zahl, d.h. jener Zahl, sodass n gezogene Zahlen größer und n gezogene Zahlen kleiner als diese Zahl sind.

Beispiel 9

Ein Teilchen bewegt sich mit der Geschwindigkeit 1 auf der Zahlengeraden. Kommt es in einen Punkt mit ganzzahliger Abszisse, so bestehen zwei gleichwahrscheinliche Möglichkeiten: Entweder das Teilchen bewegt sich in der bisherigen Richtung weiter oder es dreht um und setzt seine Wanderung in der entgegengesetzten Richtung fort. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich das Teilchen im Ursprung. Man bestimme die Verteilung

(i) der Position

(ii) der Entfernung vom Ursprung

des Teilchens zum Zeitpunkt $t = 10$.

Beispiel 10

Es werden so lange Kugeln auf n Urnen verteilt, bis in einer Urne 2 Kugeln sind, wobei jede Kugel mit derselben Wahrscheinlichkeit in jede Urne kommen kann. Bestimmen Sie die Verteilungsdichte sowie den Träger der Anzahl der dafür erforderlichen Kugeln.