

## Stochastische Prozesse, Übungen, WS 2017/2018

### 6. Übungsblatt, für den 30.11.2017

#### Beispiel 27

Ein Experiment wird unabhängig wiederholt und ist nach  $n$  erfolgreichen Wiederholungen mit Wahrscheinlichkeit

$$p_n = \frac{n+1}{n+2}$$

erfolgreich. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl von Durchführungen des Experiments bis zum 3. Erfolg.

#### Beispiel 28

Eine Münze wird so lange geworfen, bis zweimal hintereinander dieselbe Seite erscheint. Wieviele Würfe sind dazu im Mittel notwendig? Man bestimme die Varianz der Anzahl der dafür notwendigen Würfe.

#### Beispiel 29

Wir nehmen an, dass die Fehlstellen in einem produzierten Garn einen (eindimensionalen) Poisson-Prozess bilden. Messungen ergaben, dass der mittlere Abstand zwei Fehlstellen 15.8 Meter beträgt. Das Garn wird zu Rollen zu je 2 Meter versandt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Qualitätskontrolle von 10 Rollen mindestens zwei Rollen fehlerhaft sind?

#### Beispiel 30

Die Lebensdauer  $Z$  eines Geräts hat die Verteilungsfunktion  $F_Z(t) = 1 - e^{-\lambda(t)}$ , für  $t \geq 0$ . Welche Eigenschaften muss die Funktion  $\lambda(t)$  erfüllen, damit das Gerät alternd ist, d.h.

$$\mathbb{P}[Z > s + t | Z > s] < \mathbb{P}[Z > t]$$

für alle  $s, t > 0$ .

#### Beispiel 31

Prüfen Sie, ob folgende Prozesse  $\{X_t\}_{t \geq 0}$  stationär sind:

1.

$$X_t = \begin{cases} \varepsilon_t & t < 1990, \\ \varepsilon_t & t \geq 1990, c \neq 0. \end{cases}$$

2.

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

3.

$$X_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}.$$

Hier  $\varepsilon_t$  sind unabhängige normalverteilte Zufallsvariable mit  $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$  und  $\mathbb{V}[\varepsilon_t] = \sigma^2$ .