**Stochastische Prozesse, Übungen, WS 2017/2018**

7. Übungsblatt, für den 07.12.2017

**Beispiel 32**
Die Zeitpunkte, zu denen Teilchen eintreffen, bilden einen Poissonprozess mit Intensität $\lambda$. Die Teilchen geben Energie ab, deren Menge unabhängig und $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$- verteilt ist. Sobald die abgegebene Energie den festen Schwellwert $s_0$ überschreitet, gibt das Massgerät ein Signal ab und die angesammelte Energie wird auf Null gesetzt. Bestimmen Sie den Erwartungswert vom Abstand zweier aufeinanderfolgender Signale.

**Beispiel 33**
Der systematische Fehler eines Höhenmessers betrage $\mu = 20$m. Welcvhen mittleren Fehler hat Gerät, wenn der Messfehler $Z$ mit einer Wahrscheinlichkeit von $90\%$ kleiner als 100 m ist? Hinweis: Messfehler $Z \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

**Beispiel 34**
Sei $(R, \Theta, \Phi) \sim \mathcal{MN}((1, \pi/4, \pi/4), \sigma^2 I)$, wobei $I$ eine Einheitsmatrix ist und $\sigma > 0$ klein ist. Bestimmen Sie mittels Linearisierung

$$\vec{Y}(\vec{X}) \approx \vec{Y}(\vec{\mu}) + (\vec{X} - \vec{\mu})\Big(\frac{\partial Y_j(\vec{X})}{\partial X_i}\Big|_{\vec{X}=\vec{\mu}}\Big)$$

nach dem Satz uber die lineare Transformation von Multinormalverteilungen die Verteilung von $(X, Y, Z)$ gegeben durch

$$X = R\cos\Theta\cos\Phi,\ Y = R\cos\Theta\sin\Phi,\ Z = R\sin\Theta.$$

**Beispiel 35**
$\mathcal{Z} = \{Z_n | n \in \mathbb{N}\}$ sei eine eindimensionale symmetrische Irrfahrt. Ziegen Sie:

$$\mathbb{P}[Z_1 \geq 0, Z_2 \geq 0, \ldots, Z_{2m} \geq 0] = \mathbb{P}[Z_{2m} = 0].$$

**Beispiel 36**
$\mathcal{Z} = \{Z_n | n \in \mathbb{N}\}$ sei eine eindimensionale symmetrische Irrfahrt. Berechnen Sie:

$$\mathbb{P}[Z_1 < b, Z_2 < b, \ldots, Z_{2m} < b | Z_{2m} = 0]$$

für $b = 1, 2, \ldots, m + 1$, $m = 10$. Stellen Sie diese Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von $b$ graphisch dar.