

**Mathematik III - Gewöhnliche
Differentialgleichungen
WS 2013/14
5. Übungsblatt
Aufgaben für den 11.11.2013**

1. Gegeben sei folgendes Eigenwertproblem

$$\begin{aligned}x^{(4)}(t) + \lambda^2 x''(t) &= 0 \quad (\lambda > 0), \\x(0) = 0, x'(0) = 0, x''(l) = 0, x'''(l) + \lambda^2 x'(l) &= 0.\end{aligned}$$

Handelt es sich um ein lineares Randwertproblem? Lösen Sie die Differentialgleichung mit den Randbedingungen.

2. Bestimmen Sie die Lösung der DGL

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) - \frac{1}{9} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = 0, \quad 0 < x < 2, t > 0$$

mit den Anfangs- und Randbedingungen

$$\begin{aligned}u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(2, t) &= 0, \\u(x, 0) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{3\pi}{4}x\right), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= -2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \sin\left(\frac{15\pi}{4}x\right).\end{aligned}$$

3. Gegeben sei folgendes Anfangswertproblem in Normalform

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) + y(t) & x(2) &= 0 \\y'(t) &= \frac{2t}{y(t)} & y(2) &= -1\end{aligned}$$

Überprüfen Sie die Voraussetzungen des Satzes 1.4.1 und konstruieren Sie ein Intervall, in dem die Lösung existiert und eindeutig ist.

4. Gegeben sei folgendes Anfangswertproblem in Normalform

$$\begin{aligned}x'(t) &= \frac{x(t)}{t} + \frac{t^2}{y(t)} & x(-1) &= 2 \\y'(t) &= x(t) + \frac{2t}{y(t)^2} & y(-1) &= -2\end{aligned}$$

Überprüfen Sie die Voraussetzungen des Satzes 1.4.1 und konstruieren Sie ein Intervall, in dem die Lösung existiert und eindeutig ist.