

***Mathematik III - Gewöhnliche  
Differenzialgleichungen  
WS 2013/14  
8.Übungsblatt  
Aufgaben für den 02.12.2013***

1. Übungsblatt 7, Aufgabe 4.
2. Gegeben sei das Bewegungsgesetz

$$y''(t) + \rho y'(t) = -y(t)^3$$

eines Massenpunktes mit geschwindigkeitsproportionaler Reibung ( $\rho \geq 0$ ). Ermitteln Sie das Potential  $U$ , die Energiefunktion  $V$  und die Librationspunkte der Differenzialgleichung.

Veranschaulichen Sie die Differenzialgleichung (für  $\rho = 0$  und  $\rho = 1$ ) durch das Vektorfeld der Tangenten an die Wertebereiche der Lösungen und durch die Höhenlinien von  $V$ . Zeichnen Sie einige Wertebereiche der Lösungen (*Mathematica*) in das Vektorfeld ein. Wie verhalten sich diese in Abhängigkeit von  $\rho$ ?

3. Gegeben Sei das DGLs-System

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t)(3 - x_2(t)) \\x_2'(t) &= -x_2(t)(1 - x_1(t))\end{aligned}$$

Bestimmen Sie alle Librationspunkte, veranschaulichen Sie das DGLs-System durch das Vektorfeld der Tangenten an ihre Wertebereiche und zeichnen Sie einige Lösungen in das Vektorfeld ein (*Mathematica*) bzw. zeichnen Sie auch einige Graphen der Lösungen. Welches Verhalten zeigen die Lösungen? Interpretieren Sie das DGLs-System, indem Sie  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  als verschiedene Populationen zum Zeitpunkt  $t$  ansehen.