

# Zuverlässigkeitstheorie Übungen SS 2017

## 4. Übungsblatt Aufgaben für den 06.04.2017

1. Zeigen Sie, dass für exponential verteilte Lebensdauern  $X_i \sim \mathcal{E}(\lambda)$  die erwartete Lebensdauer eines  $k$ -aus- $n$ -Systems ist gleich

$$\mathbb{E}[T] = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=k}^n \frac{1}{j}.$$

2. Eine Radaranlage besteht aus drei unabhängigen Stationen. Das System ist intakt, wenn mindestens zwei Stationen intakt sind. Die Lebensdauer einer Station ist exponentialverteilt mit dem Parameter  $\lambda$ . Bestimmen Sie die mittlere Lebensdauer dieser Anlage.
3. Sei ein System bestehe aus zwei Komponenten  $K_1$  und  $K_2$ . Das System ist intakt, wenn eine Komponente intakt ist und andere Komponente defekt ist. Das System funktioniert nicht, wenn beide Komponente intakt sind. Ist das System isoton? Begründen Sie Ihre Antwort.
4. Die Lebensdauer  $Z$  (gemessen in Tagen) eines elektrischen Geräts sei eine mit dem Parameter  $\lambda$  exponentialverteilte Zufallsvariable. Die Betriebszeiten  $X_1, X_2, \dots$  dieses Geräts an den einzelnen Tagen seien vollständig unabhängig und im Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilt. Man ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Gerät mindestens  $n$  Tage voll funktioniert und bestimme den Erwartungswert der Anzahl der Tage  $T$  in denen dieses Gerät voll funktioniert.
5. An einem Betrieb werden nicht-altende Geräte mit einer mittleren Lebensdauer von  $\frac{1}{\lambda}$  Stunden verwendet. Fällt ein Gerät aus, so wird es sofort durch ein neues Gerät ersetzt. Man bestimme die Verteilung der Anzahl  $N$  der Geräte, welche während eines Arbeitstages von  $a$  Stunden zum Einsatz gelangen.
6. Gegeben ist das  $k$ -von-4 System mit kalter Reserve. Die Lebensdauern der Komponenten seien exponentialverteilt mit dem Parameter  $\lambda = 1$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zur Zeit  $t = 100$  das System für  $k = 1, \dots, 4$  noch intakt ist. Bestimmen Sie die entsprechende mittlere Lebensdauer des Systems.
7. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Gerät mehr als 1000 Stunde intakt ist, beträgt 0.4. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Restlebensdauer nicht kleiner als 200 Stunde ist, unter der Bedingung, dass das Gerät schon 800 Stunde gearbeitet hat, beträgt 0.85. Wie hoch ist die Überlebenswahrscheinlichkeit dieses Geräts für die erste 800 Stunde.