Zuverlassigkeitstheorie Übungen
SS 2017
7. Übungsblatt
Aufgaben für den 18.05.2017

1. (Competing Riscs) Ein Gerät habe zwei unabhängige Ausfallursachen mit $X_1 \sim \mathcal{W}(5, 0.5)$ und $X_2 \sim \mathcal{W}(5, 3)$. Man bestimme die Verteilung von T, die Verteilungen von Y_j und die zugehörigen Ausfallraten und Erwartungswerte. Hinweis: Die entsprechende Integralle sind numerisch zu lösen (in *Mathematica* mit dem Befehl **NIntegrate**).

2. Die potentielle Lebensdauer X_1 bzw X_2 sind weibullverteilt mit den Parametern $\lambda_1 = 5$, $\beta_1 = 0.5$ bzw $\lambda_2 = 5$, $\beta_2 = 3$. In welchem Zeitpunkt sind die potentielle Ausfallraten $\lambda_{X_1}(t)$ und λ_{X_2} gleich. Bestimmen Sie den minimalen Wert der Ausfallrate $\lambda_T(t)$ des Systems. Bestimmen Sie die Ausfallraten $\lambda_{Y_1}(t)$ bzw $\lambda_{Y_2}(t)$ durch Fehler 1 bzw 2. Stellen Sie die Funktionen $\lambda_{X_1}(t)$, $\lambda_{X_2}(t)$ und $\lambda_T(t)$ sowie $\lambda_{Y_1}(t)$, $\lambda_{Y_2}(t)$ und $\lambda_T(t)$ graphisch dar.

3. Ein Gerät habe n unabhängige Ausfallursachen mit $X_i \sim \mathcal{E}(\lambda_i)$, $i = 1, \ldots, n$. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_T(t)$, die Ausfallrate $\lambda_T(t)$ und die mittlere Lebensdauer des Systems $\mathbb{E}[T]$. Bestimmen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeiten π_i und die Ausfallwahrscheinlichkeiten $F_{Y_i}(t)$ durch Fehler $i = 1, \ldots, n$.

4. Für das ein-parametrische Familie $\mathbf{P}_X = \{\mathcal{E}(\lambda) | \lambda \in]0, \infty[\}$ für die Verteilung der Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ ist der Maximum-Likelihood-Schätzer für den Parameter λ gesucht. Hinweis: Die Aufgabe ist $\log L(x_1, \ldots, x_n | \lambda) \Rightarrow \max\limits_{\lambda}$.

5. Für das zwei-parametrische Familie $\mathbf{P}_X = \{\mathcal{N}(\mu, \sigma) | \{\mu, \sigma\} \in]0, \infty[\times]0, \infty[\}$ für die Verteilung der Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ sind Maximum-Likelihood-Schätzer für die Parameter μ und σ^2 gesucht. Hinweis: Die Aufgabe ist $\log L(x_1, \ldots, x_n | \mu, \sigma) \Rightarrow \max\limits_{\mu,\sigma}$.

6. Bestimmen Sie einen Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\lambda}$ für den unbekannten Parameter λ der Erlangverteilung $\mathcal{ER}(\lambda, n_0)$ (für gegebenes n_0) und wenden Sie diesen Schätzer für Datenmaterial *Erlang.txt* mit $n_0 = 5$ an.